NOMBRE: ____________________

CURSO: ________

(14-11-2017)

Nota:

Mecánica y Gravitación

1.- a) Conservación de la energía mecánica.

b) Un cuerpo de 500 g se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 ms^{-1}. El coeficiente de rozamiento es 0,2. Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano, y determine la velocidad con la que el cuerpo vuelve al punto de partida.

$g = 9{,}8\ ms^{-2}$

2.- a) Un esquiador se desliza desde la cima de una montaña hasta un cierto punto de su base siguiendo dos caminos distintos, uno de pendiente más suave y el otro de pendiente más abrupta. Razone en cuál de los dos casos llegará con más velocidad al punto de destino. ¿Y si se tuviera en cuenta la fuerza de rozamiento?

b) Un bloque de 5 kg desliza por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 30 N en una dirección que forma 60º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre la superficie y el cuerpo es 0,2. Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m.

$g = 9{,}8\ ms^{-2}$

3.- a) Explique brevemente el concepto de potencial gravitatorio. Discuta si es posible que existan puntos en los que se anule el campo gravitatorio y no lo haga el potencial en el caso de dos masas puntuales iguales separadas una distancia d.

b) Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente. Calcule el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. Comente el significado del signo del trabajo.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

4.- a) Supongamos que la Tierra reduce su radio a la mitad manteniendo constante su masa. Razone cómo se modificarían la intensidad del campo gravitatorio en su superficie y su órbita alrededor del Sol.

b) Un tornillo de 150 g, procedente de un satélite, se encuentra en órbita a 900 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Calcule la fuerza con que se atraen la Tierra y el tornillo y el tiempo que tarda el tornillo en pasar sucesivamente por el mismo punto.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m ; $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg

5.- a) Haciendo uso de consideraciones energéticas, deduzca la expresión de la velocidad mínima que habría que imprimirle a un objeto de masa m, situado en la superficie de un planeta de masa M y radio R, para que saliera de la influencia del campo gravitatorio del planeta.

b) Según la NASA, el asteroide que en 2013 cayó sobre Rusia explotó cuando estaba a 20 km de altura sobre la superficie terrestre y su velocidad era 18 Kms^{-1}. Calcule la velocidad del asteroide cuando se encontraba a 30000 km de la superficie de la Tierra. Considere despreciable el rozamiento del aire.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m

NOTA: Cada pregunta vale 2 puntos y cada apartado 1 punto.

Mecánica y Gravitación

14-11-2017

1º) a) Se define el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo como la integral de línea a lo largo de la trayectoria de dicho cuerpo:

$$W_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad [1]$$

Distinguiendo entre fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas:

$$W_{1,2} = \int_1^2 (\vec{F}_{cons} + \vec{F}_{NC}) \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{r} + \int_1^2 \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{r}$$
$$[2] \qquad\qquad [3]$$

- Por definición de $\vec{F}$ conservativa, el término [2] equivale a $\underline{-\Delta U}$ (*)
- Por definición de trabajo, el término [3] sería el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas: W_{NC}
- Por el Teorema de las Fuerzas Vivas (El trabajo realizado por todas las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo entre los puntos 1, 2, se invierte en modificar su energía cinética):

$$W_{1,2} = \int_1^2 \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \Delta E_c$$

⇔ se obtendría:

$$W_{1,2} = \Delta E = -\Delta U + W_{NC}$$

- Si sólo existen fuerzas conservativas: $(\nexists \vec{F}_{NC}) \Rightarrow W_{NC} = 0$

y $\Delta E = -\Delta U \Rightarrow \Delta E + \Delta U = 0$

- Si se define $E_m = E_c + U$:

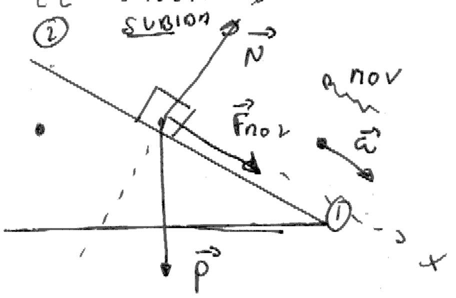
$$\Delta E_c + \Delta U = \Delta E_m = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta E_m = 0} \text{ ó } \boxed{E_{m_1} = E_{m_2}}$$

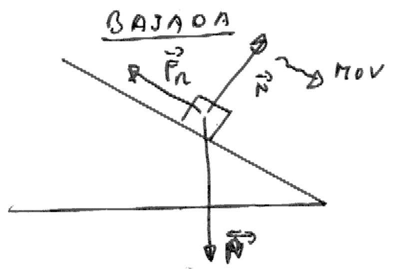
⇔ Esta última expresión, da lugar al llamado Principio de Conservación de la Energía Mecánica, expresado en:

"Si sólo existen fuerzas conservativas aplicadas a un cuerpo que se desplaza entre los puntos 1, 2, la energía mecánica del mismo permanece constante: se conserva".

(*) Hay que indicar, que existirán tantas energía potenciales asociadas, como tipos de fuerzas conservativas.

1°) b) EL ESQUEMA DE LAS FUERZAS APLICADAS AL CUERPO SON:





$m = \cancel{500}\,g = 0{,}5\,kg$ HACIA ARRIBA PLANO

$\alpha = 30°$

$V_0 = 5\ m/s$

$\mu = 0{,}2$

$g_0 = 9{,}8\ m/s^2$

* EXISTEN FUERZAS NO CONSERVATIVAS, EN ESTE CASO LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO:

$\vec{F}_{NC} = \vec{F}_{roz} \Rightarrow W_{NC} = W_{roz}$

* Y POR TANTO $\Delta E_m = W_{roz}$

* EL PROBLEMA SE PUEDE RESOLVER SI APLICAMOS LA FÓRMULA ANTERIOR EN EL PUNTO 1 (AL LANZAR) Y EL PUNTO 1 (AL VOLVER).

ADEMÁS MÁS ADELANTE SE COMPROBARÁ QUE EL TRABAJO REALIZADO POR LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO AL SUBIR, ES EL MISMO QUE AL BAJAR.

$E_{m1}: \begin{cases} E_{c1} = \frac{1}{2}\,0{,}5 \cdot 5^2 = 6{,}25\ J \\ E_{p1} = mg\,0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0 = 0\ J \end{cases} \qquad E_{m2(1)}: \begin{cases} E_{c2} = \frac{1}{2}\,0{,}5 \cdot V^2 \\ E_{p2} = mgh \Rightarrow 0\ J \end{cases}$

* AL APLICAR LA LEY DE LA DINÁMICA AL CUERPO EN LA SUBIDA:

$\vec{P} + \vec{F}_R + \vec{N} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{P} = mg\,sen\,\alpha\,\vec{i} + mg\cos\alpha\,(-\vec{j})$

$\vec{F}_R = \mu N\vec{i}$

$\vec{N} = N\vec{j}$

$\vec{a} = \vec{a}\,\vec{i}$

• $mg\,sen\,\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} + \mu N\vec{i} + N\vec{j} = m a\,\vec{i}$

$\begin{cases} X: & mg\,sen\,\alpha + \mu N = m a \\ Y: & N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases}$ [*]

• SUSTITUYENDO DATOS:

$\begin{cases} X: & 0{,}5 \cdot 9{,}8\ sen\,30° + 0{,}2\,N = 0{,}5\,a \\ Y: & N - 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° = 0 \end{cases}$

Y: $\boxed{N = 4{,}24\ N}$

$\boxed{a = 6{,}60\ m/s^2}$

* CON EL DATO DE ACELERACIÓN, OBTENEMOS LA LONGITUD RECORRIDA EN EL PLANO, NECESARIA PARA CONOCER EL TRABAJO REALIZADO POR ~~LAS~~ LA FUERZA DE ROZAMIENTO: $W_{roz} = \vec{F}_{roz} \cdot \Delta\vec{r} = F_{roz} \cdot \Delta r \cdot (-1)$

Δr COINCIDE CON EL ESPACIO RECORRIDO EN EL PLANO.

* PARA CALCULARLO, NOS BASAMOS EN LAS EXPRESIONES DEL MRUA:

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \quad , \quad \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}\,t$

1º) b) APLICADAS AL PROBLEMA Y CONSIDERANDO HACIA ARRIBA EN EL PLANO (+): ②

$r = r_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ $v = v_0 - at$ CON DATOS:

$\Leftrightarrow r = 5 \cdot t - \frac{1}{2} 6{,}6\, t^2$ $0 = 5 - 6{,}6 \cdot t \Rightarrow \begin{cases} t = 0{,}76\,s \\ r = 1{,}9\,m \end{cases}$ (Dr ANTERIOR)

$\Leftrightarrow$ AHORA, SE DEBERÍA COMPROBAR QUE EL TRABAJO DE ROZAMIENTO (LA FUERZA) TIENE EL MISMO VALOR EN LA SUBIDA Y EN LA BAJADA.

<u>BAJADA</u> $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{roz} = m\,\vec{a}$: $\begin{cases} X: mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu N = -m \cdot a \\ Y: N - mg\cos\alpha = 0 \quad [*] \end{cases}$

* LAS EXPRESIONES [*] SON LAS MISMAS EN LA SUBIDA Y EN LA BAJADA, Y POR TANTO N Y F_{roz} SON LAS MISMAS EN LAS DOS CONDICIONES.

$W_{roz} = \vec{F}_{roz} \cdot \vec{\Delta r}$; $W_{roz} = 0{,}2 \cdot 4{,}24 \cdot 1{,}9 \cdot (-1) = -1{,}61\,J$

EL TRABAJO DE ROZAMIENTO TOTAL, SERÍA EL DOBLE $\underline{W_{roz,T} = -3{,}22\,J}$

* USANDO ESTE DATO PARA LA CONSERVACIÓN DE ENERGÍA:

$E_{m_2} - E_{m_1} = W_{roz}$

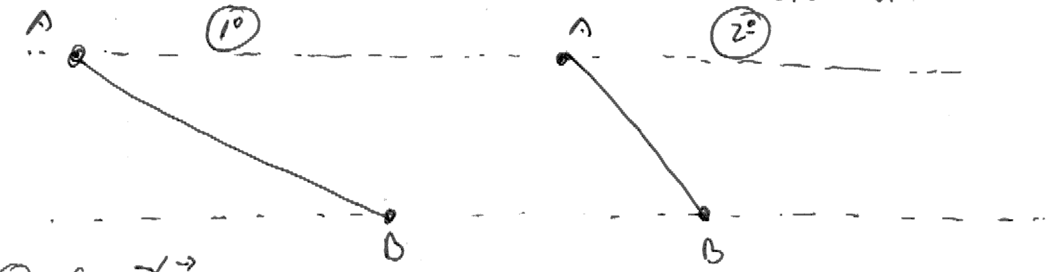
$\frac{1}{2} 0{,}5\, v^2 - 6{,}25 = -3{,}22 \Rightarrow \boxed{v = 3{,}48\, m/s}$

$\Leftrightarrow$ NOTA: EL PROBLEMA SE PODRÍA HABER REALIZADO, MEDIANTE DINÁMICA ÚNICAMENTE:

① SE RESUELVE EL MOVIMIENTO DE SUBIDA (CALCULAR F_{roz}, a, t, v)

② SE RESUELVE EL MOVIMIENTO DE BAJADA (CALCULAR F_{roz}, a, t, v_F) OBTENIÉNDOSE EL VALOR FINAL DE LA VELOCIDAD.

2º) a) UNA FORMA SIMPLE DE VISUALIZAR EL EJERCICIO ES:



① Si $\nexists \vec{F}_{roz}$ ⇒ NO HAY ROZAMIENTO ⇒ PCEm ⇒ $E_{mA} = E_{mB}$

$E_{mA} \begin{cases} E_{cA} = 0 \quad (V_A = 0) \\ E_{pA} = m g h_A \end{cases}$ $\qquad$ $E_{mA} \begin{cases} E_{cA} = 0 \quad (V_A = 0 \\ E_{pA} = m g h_A \end{cases}$

$E_{mB} \begin{cases} E_{cB} = \frac{1}{2} m V_B^2 \\ E_{pB} = 0 \quad (h = 0) \end{cases}$ $\qquad$ $E_{mB} \begin{cases} E_{cB} = \frac{1}{2} m V_B^2 \\ E_{pB} = 0 \quad (h_B = 0) \end{cases}$

SE OBSERVA QUE EN AMBOS CASOS, LA VELOCIDAD FINAL, ES

$V_B = \sqrt{2 g h_A}$

② Si $\exists \vec{F}_{roz}$ ⇒ $\Delta E_m = W_{roz}$ ⇒ $E_{mB} - E_{mA} = W_{roz}$

EN EL CASO 1º, LA DISTANCIA RECORRIDA ES MAYOR Y POR TANTO ES MAYOR W_{roz} : (EN CUENTA: $W_{roz} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} = F \cdot \underline{\Delta r} \cdot \cos\alpha$)

"EN <u>VALOR</u> <u>ABSOLUTO</u>", Y COMO ES NEGATIVO, ES MENOR EN VALOR

1º $E_B - E_{mA} = W_{roz①}$ $\qquad$ COMO: $W_{roz①} < W_{roz②}$

2º $E_B' - E_{mA} = W_{roz②}$ $\qquad$ Y E_{mA} ES EL MISMO PARA LOS DOS

$\boxed{E_{mB①} < E_{mB②}}$

PUESTO QUE $\left.\begin{matrix} E_{cA} \text{ ES } 0 \\ \text{Y} \quad E_{pA} = m g h_A \end{matrix}\right\}$ → $E_{cB①} < E_{cB②}$

$\downarrow E_c = \frac{1}{2} m V^2$

$\boxed{V_{B,1} < V_{B,2}}$ c.q.d.

2º) b) $m = 5\ Kg$

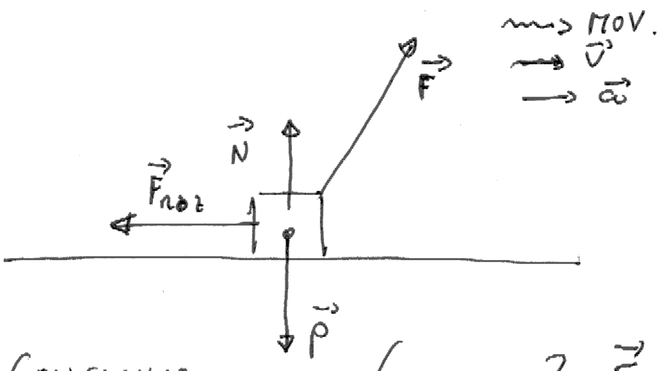
$F = 30\ N$

$\alpha = 60^\circ$

$\mu = 0,2$

ΔE_c? si $\Delta r = 0,5\ m$

① ESQUEMA DE FUERZAS



② Como existen Fuerzas No Conservativas (que son 2: $\underline{\underline{\vec{F}_{roz}}}$ y $\underline{\underline{\vec{F}}}$)

$$\Delta E_m = W_{NC} \xrightarrow{\text{PROBLE}} \Delta E_m = W_{roz} + W_F$$

• Puesto que $h = cte$ (e igual a 0) $\Rightarrow$ $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$; $\Delta E_m = \Delta E_c$

y obtenemos para el problema:

$$\Delta E_m = W_{roz} + W_F$$

* $\underline{\underline{W_F}}$: FÁCIL $\rightarrow$ $W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$; $W_F = (F\cos 60^\circ\, \vec{i} + F\sin 60\, \vec{j}) \cdot 5\vec{i}$;

$$W_F = 30 \cdot \cos 60 \cdot 0,5 = \underline{7,5}\ J$$

* $\underline{W_{roz}}$:

  • Se calcula la fuerza de rozamiento por Ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \begin{cases} \vec{P} = m g(-\vec{j}) \\ \vec{F} = F\cos\alpha\, \vec{i} + F\sin\alpha\, \vec{j} \\ \vec{N} = N\vec{j} \\ \vec{F}_r = \mu N (-\vec{i}) \end{cases} \qquad \vec{a} = a\vec{i}$$

APLICANDO DATOS:

$$(F\cos\alpha - \mu N)\vec{i} + (F\sin\alpha - mg)\vec{j} = m a \vec{i}$$

$$\begin{cases} X: & F\cos\alpha - \mu N = m a \\ Y: & F\sin\alpha - mg + N = 0 \end{cases}$$

SUSTITUYENDO VALORES Y DESPEJANDO:

$$\boxed{N = 23,02\ N}\ \text{y}\ \boxed{a = 2,08\ m/s^2}$$

(~~Puesto que el movimiento es MRUA ⇒~~ $\cancel{r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$, $\cancel{v = v_0 + a t}$)

La fuerza de Rozamiento: $F_r = \mu \cdot N$ y:

$$F_r = 0,2 \cdot 23,02 = 4,60\ N \Rightarrow \boxed{F_r = 4,60\ N}$$

• $W_{roz} = 4,60 \cdot 0,5 \cdot (-1) = \underline{\underline{-2,3\ J}}$

• FINALMENTE:

$$\Delta E_c = 7,5 - 2,3 = 5,2\ J \qquad \boxed{\Delta E_c = 0,2\ J}$$

2º) b) SE PODRÍA REALIZAR EL PROBLEMA SI SE CALCULA LA VELOCIDAD DESPUÉS DE RECORRER 0,5 MEDIANTE LAS FÓRMULAS DE MRUA

$$\left.\begin{aligned} r &= r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ V &= V_0 + a t \end{aligned}\right\}$$

$a > 0$ si $\vec{a} \parallel$ mov

$a < 0$ si sentido $\vec{a} \neq$ sent. mov.

EN ESTE CASO:

$$\left.\begin{aligned} 0,5 &= V_0 t + 1,04\, t^2 \\ V &= V_0 + 2,08\, t \end{aligned}\right\}$$ SE PUEDE RESOLVER Y OBTENEMOS:

$$V^2 - V_0^2 = 2 \cdot 2,08 \cdot 0,5 \quad [1]$$

• A PARTIR DE ESTA EXPRESIÓN

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m \left(V^2 - V_0^2\right) \quad \text{y:}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\, 0,5 \left(2 \cdot 2,08 \cdot 0,5\right) = \underline{\underline{5,2\ J}}$$

3º) a) SE DEFINE EL POTENCIAL GRAVITATORIO (V_g) EN UN PUNTO COMO LA RELACIÓN EXISTENTE ENTRE LA ENERGIA POTENCIAL GRAVITATORIA (U_g) QUE ADQUIERE UNA MASA m' SITUADA EN ESE PUNTO Y EL VALOR DE DICHA MASA.

$$V_g = \frac{U_g}{m'}$$ SE MIDE EN SI EN J/Kg

• EL COMPORTAMIENTO DEL POTENCIAL GRAVITATORIO ES EL DE UN <u>CAMPO ESCALAR</u> : $V = V(\vec{r})$

• EXPLICACIÓN FÍSICA:

$$\underset{\text{CARGA}}{Q} \xrightarrow{\text{CREA}} V \xrightarrow{\text{PROVOCA}} U \text{ EN } m'$$

• SI PARTIMOS DE LA DEFINICIÓN DE ENERGÍA POTENCIAL EN UN PUNTO:

$$U_g = -\int_0^P \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^P \vec{F}_g \cdot d\vec{r} \; \cancel{+ \, U_\infty}$$ SIENDO $U_\infty = 0$

AL DIVIDIR POR m':

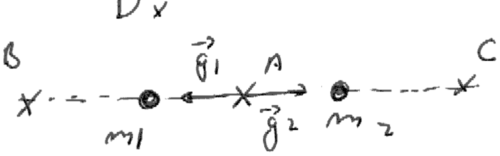
$$V_g = -\int_0^P \frac{\vec{F}_g}{m'} \, d\vec{r} = -\int_\infty^P \vec{g} \cdot d\vec{r}$$ SIENDO $V_\infty = 0$

• DE MANERA DIFERENCIAL:

$$\boxed{\vec{g} = -\,\overrightarrow{grad}\, V}$$

b) EN EL CASO DE 2 MASAS PUNTUALES QUE CREAN CAMPO GRAVITATORIO, SE APLICA EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN Y $\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$.

ASÍ QUE, PARA QUE EL CAMPO SE ANULE, LOS CAMPOS CREADO $(\vec{g}_1$ Y $\vec{g}_2)$ <u>DEBEN</u> SER <u>OPUESTOS</u> : $\vec{g}_1 = -\vec{g}_2$



DENTRO DE LAS 4 POSIBILIDADES SEÑALADAS EN EL ESQUEMA (A, B, C, D), <u>SÓLO</u> EN LA ZONA A (EN LA LÍNEA QUE UNE LAS MASAS, $\vec{g}_1$ Y $\vec{g}_2$ PUEDEN SER OPUESTOS.

• EL POTENCIAL GRAVITATORIO EN LA ZONA A, SERÍA $V_A = V_{1,A} + V_{2,A}$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = -G\dfrac{m_1}{r_1} \\ V_2 = -G\dfrac{m_2}{r_2} \end{array}\right\{ \begin{array}{l} \text{COMO} \\ G > 0 \\ m_1, m_2 > 0 \\ r_1, r_2 > 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} V_1 < 0 \\ V_2 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow V_1 + V_2 < 0$$

$$\boxed{V_T < 0}$$

$$\boxed{\text{NO ES POSIBLE QUE } \vec{g}_T = 0 \text{ Y } V_T = 0}$$

3) b) $m_1 = 5\ Kg$ $P_1\ (0,0)$
$m_2 = 10\ Kg$ $P_2\ (1,0)$
V_A? V_B? $A(-2,0)$
$B(3,0)$
$W_{A,B}$? $m' = 1{,}5\ Kg$
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 Kg^{-2}$

EN ESQUEMA

* APLICANDO EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN A LOS POTENCIALES:

$$V_T = V_1 + V_2$$

* EL POTENCIAL QUE CREA UNA CARGA PUNTUAL:

$$V_g = -G \frac{m}{r}$$

$$V_A \begin{cases} V_{A,1} = -G \frac{m_1}{r_{1A}}\ ;\ V_{A,1} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2} = -1{,}67 \cdot 10^{-10}\ J/Kg \\ V_{A,2} = -G \frac{m_2}{r_{2A}}\ ;\ V_{A,2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{10}{3} = -2{,}22 \cdot 10^{-10}\ J/Kg \end{cases}$$

$$\boxed{V_A = -3{,}89 \cdot 10^{-10}\ J/Kg}$$

$$V_B \begin{cases} V_{B,1} = -G \frac{m_1}{r_{1,B}}\ ;\ V_{B,1} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{3} = -1{,}11 \cdot 10^{-10}\ J/Kg \\ V_{B,2} = -G \frac{m_2}{r_{2,B}}\ ;\ V_{B,2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{2} = -3{,}34 \cdot 10^{-10}\ J/Kg \end{cases}$$

$$\boxed{V_B = -4{,}45 \cdot 10^{-10}\ J/Kg}$$

$W_{A \to B} = m' (V_A - V_B)$: ($W_{A\to B}$ ⇒ TRABAJO REALIZADO POR LAS FUERZAS GRAVITATORIAS DEL CAMPO DESDE $A \to B$)

$$W_{A\to B} = 1{,}5 \left[-3{,}89 \cdot 10^{-10} - (-4{,}45 \cdot 10^{-10})\right] = 8{,}4 \cdot 10^{-11}\ J$$

$$\boxed{W_{A\to B} = 8{,}4 \cdot 10^{-11}\ J}$$

* COMO EL TRABAJO ES POSITIVO, INDICA QUE ES REALIZADO POR LAS FUERZAS DEL CAMPO Y POR TANTO EL MOVIMIENTO DE m' ES ESPONTÁNEO.

⇔ EN REALIDAD, EL PROBLEMA PIDE EL MOVIMIENTO CONTRARIO; ES DECIR DE $B \to A$ Y EN ESTE CASO, EL TRABAJO SERÍA:

$$W_{B\to A} = -8{,}4 \cdot 10^{-11}\ J$$

Y POR TANTO NO SERÍA ESPONTÁNEO Y HABRÍA QUE REALIZARLO MEDIANTE UNA FUERZA EXTERIOR.

4) a) SEGÚN EL ENUNCIADO DEL PROBLEMA:

$$R_{T_2} = \frac{R_{T_1}}{2} \qquad M_{T_2} = M_{T_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_{T_2}}{R_{T_1}} = \frac{1}{2} \qquad \frac{M_{T_2}}{M_{T_1}} = 1$$

(A PARTIR DE AHORA SE ELIMINA EL SUBÍNDICE T (TIERRA))

* EL CAMPO GRAVITATORIO CREADO POR UNA MASA ESFÉRICA DE RADIO R Y MASA M EN SU EXTERIOR, VIENE DADA POR LA EXPRESIÓN:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{R^2}\vec{u_r}$$

- EL MÓDULO EN SU SUPERFICIE, SERÍA:

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R_0^2}$$

- APLICANDO LAS CONDICIONES DEL PROBLEMA:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{G\frac{M_2}{R_2^2}}{G\frac{M_1}{R_1^2}} = \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} = 1 \cdot 2^2 = 4$$

- POR TANTO:

$$\boxed{g_2 = 4g_1}$$ ⇒ LA INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO EN SU SUPERFICIE SE MULTIPLICARÍA POR 4

* LOS VALORES DE LA ÓRBITA TERRESTRE ALREDEDOR DEL SOL, VIENEN DETERMINADOS POR

$$MCU \rightarrow V_{orb} = \frac{2\pi r}{T_{orb}}$$

$$\text{ÓRBITA} \Rightarrow \vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \Rightarrow V_{orb} = \sqrt{G\frac{M_{SOL}}{R_{ÓRBITA}}}$$

ES DECIR, NI LA MASA DE LA TIERRA (M_T) NI EL RADIO DE LA TIERRA (R_T) INTERVIENEN EN ELLA; LO QUE INDICA QUE:

LA ÓRBITA TERRESTRE PERMANECERÍA INALTERADA.

4) b) $m = \cancel{150\,g} = 0{,}15\ Kg$

$h = \cancel{900\ Km} = 9 \cdot 10^5\ m$

$\vec{F}_{T,Tor} \Rightarrow \vec{P}_{tornillo}$?

T?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 Kg^{-2}$

$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ Kg$

• SEGÚN EL PROBLEMA, EL TORNILLO SE ENCUENTRA EN ÓRBITA, r:

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \Rightarrow G \frac{M_T m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

① PESO DEL TORNILLO:

$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ EN MÓDULO $P = mg$

SIENDO $g = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$

$$\underline{\underline{P}} = 0{,}15 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^5)^2} = \underline{\underline{1{,}13\ N}}$$

② ÓRBITA:

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}} \; ; \; \underline{\underline{v}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(6{,}37\ 10^6 + 9 \cdot 10^5)}} = \underline{\underline{7400}}\ m/s$$

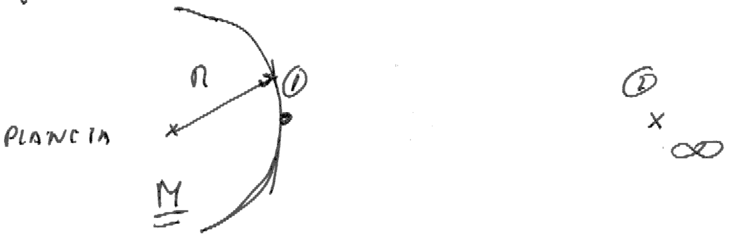
MCU: $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi (R_T + h)}{v}$

$$\underline{\underline{T}} = \frac{2\pi\,(6{,}37 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^5)}{7400} = \underline{\underline{6172{,}8\,s}} \simeq 1h\ 42''\ 52''$$

5) a) V_{esc}?

PLANETA $\begin{cases} M \\ R \end{cases}$ m

* La velocidad mínima para escapar de un campo gravitatorio, se la denomina velocidad de escape.
* Suponemos el esquema:



En la velocidad de escape, se lanza el objeto para que llega a infinito sin velocidad. Si la velocidad de lanzamiento es mayor que la de escape, seguiría llegando a ∞, pero con $E_c \neq 0$

* Como sólo existen $\vec{F}_{conservativas}$ $(= \vec{F}_g)$; $\nexists \vec{F}_{NC}$

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_{m_1} = E_{m_2}$$

① Superficie: $E_{m_1} \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m V_{esc}^2 \\ U_1 = -G \frac{M \cdot m}{R} \end{cases}$

② En infinito: $E_{m_2} \begin{cases} E_{c_2} = 0 & \text{(Por definición de } V_{escape}) \\ U_2 = 0 & \text{(Por ser origen para referenciar la energía potencial gravitatoria)} \end{cases}$

* $E_{m_1} = E_{m_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{esc}^2 - G \frac{M m}{R} = 0 \Rightarrow$

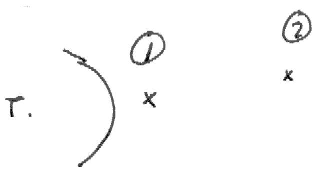
$$\Rightarrow \boxed{V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

5) b) ASTEROIDE $\Rightarrow \begin{cases} V = 18000\ m/s \\ h = 20\ Km = 2\cdot 10^4\ m \end{cases}$

· COMO $\cancel{\exists \vec{F}_{roz}} \Rightarrow$ PC Em $\Rightarrow \underline{\Delta Em = 0}$

v? a 30.000 Km $(3\cdot 10^7\ m)$

ESQUEMA



• En el punto 1

$$Em_1 \begin{cases} Ec_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \ ; \quad Ec_1 = \frac{1}{2} m\ 18000^2 = 1{,}62\cdot 10^8\cdot m \\ U_1 = -G\frac{M_T m}{(R_T+h)} \ ; \quad U_1 = -6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{5{,}97\cdot 10^{24}\cdot m}{(6{,}37\cdot 10^6 + 2\cdot 10^4)} = -6{,}232\cdot 10^7\ m \end{cases}$$

• En el punto 2

$$Em_2 \begin{cases} Ec_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \ ; \quad Ec_2 = 0{,}5\cdot m\cdot V_2^2 \\ U_2 = -G\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)} \ ; \quad U_2 = -6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{5{,}97\cdot 10^{24}}{(6{,}37\cdot 10^6 + 3\cdot 10^7)} = -1{,}094\cdot 10^7\ m \end{cases}$$

• $Em_1 = Em_2$

$$1{,}62\cdot 10^8 m - 6{,}232\cdot 10^7 m = 0{,}5 m V_2^2 - 1{,}094\cdot 10^7 m$$

• ELIMINANDO m Y DESPEJANDO V_2

$$1{,}06\cdot 10^8 = 0{,}5 V_2^2 - 1{,}094\cdot 10^7 \Rightarrow V_2 = 14.874\ m/s$$

$$\boxed{V_2 = 14874\ m/s} \simeq 14{,}817\ Km/s$$

• OBVIAMENTE LA VELOCIDAD DEL METEORITO AUMENTÓ AL ACERCARSE A LA TIERRA Y DISMINUIR SU ALTURA.