NOMBRE: ____

Nota:

CURSO: ________

(14-11-2013)

Mecánica y Gravitación

Cuestiones

1.- a) ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo explique el significado físico del signo.
b) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.

2.- a) Explique el significado de "fuerza conservativa" y "energía potencial" y la relación entre ambos.
b) Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?

3.- a) Explique qué es el peso de un objeto.
b) Razone qué relación existe entre el peso de un satélite que se encuentra en una órbita de radio r en torno a la Tierra y el que tendría en la superficie terrestre.

4.- a) Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
b) Dos satélites idénticos están en órbita circular alrededor de la Tierra, siendo r_1 y r_2 los respectivos radios de sus órbitas ($r_1 > r_2$). ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad? ¿Cuál de los dos tiene mayor energía mecánica? Razone las respuestas.

Problemas

5.- Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 ms^{-1}. El coeficiente de rozamiento es 0,2.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano, y calcule la altura máxima alcanzada por el cuerpo.
b) Determine la velocidad con la que el cuerpo vuelve al punto de partida, y la compresión que realizaría sobre un muelle de constante elástica 1250 Nm^{-1}

$g = 10\ ms^{-2}$

6.- Un satélite artificial de 1200 kg se eleva a una distancia de 500 km de la superficie de la Tierra y se le da un impulso mediante cohetes propulsores para que describa una órbita circular alrededor de la Tierra.

a) Determine la velocidad orbital y el periodo de revolución del satélite.
b) Calcule el trabajo realizado para llevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa altura y la energía mecánica del satélite en órbita. Comente el signo de ambos resultados.

$R_T = 6370$ km ; $g_0 = 9{,}8\ Nkg^{-1}$

7.- El planeta Júpiter tiene varios satélites. El más próximo es Io, que gira en una órbita de radio 421600 km con un periodo de $1{,}53 \cdot 10^5$ s, y el siguiente satélite es Europa, que gira a 670000 km del centro de Júpiter.

a) Calcule la masa de Júpiter y el periodo de rotación de Europa explicando el razonamiento seguido para ello.
b) Determine la velocidad de escape de Júpiter.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $R_J = 71500$ km

Física 2º Bachillerato

Cuestiones

1º) a) * No. $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, y $\left\{\begin{matrix} m > 0 \\ v > 0 \text{ y } v^2 > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow E_c \geq 0$

* U puede tener cualquier valor, ya que depende del nivel de referencia elegido para $U = 0$. Si cambia el punto donde situamos $U = 0$, cambiaría la energía potencial en todos los puntos.
* En este caso U_P es menor que en el de nivel de referencia.

b) No. Sólo se cumple si $\nexists \vec{F}_{NC}$ (no existen fuerzas no conservativa) ya que en este caso se cumple el PC E_m; es decir $\Delta E_m = 0$.

Puesto que $E_m = E_c + U \Rightarrow \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta U$ y se deduce que $\boxed{\Delta E_c = -\Delta U}$.

2º) a) "Una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza para trasladar una partícula de un punto A a otro punto B depende de los puntos inicial y final pero no del camino recorrido"

* Se demuestra que el trabajo anterior se puede obtener como la variación de una magnitud física entre los puntos inicial y final.

* A esta magnitud física se le llama Energía Potencial (U)

$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_A - U_B = -\Delta U$$

* La energía potencial, se define como el trabajo realizado por una fuerza conservativa desde un punto hasta el punto origen de energía potencial ($U_0 = 0$).

b) A cada fuerza conservativa de distinta naturaleza, le corresponde una ~~valor~~ expresión de energía potencial; es decir:

$$\underset{\Delta E_c}{\underset{\text{Teor. F. vivas}\downarrow}{W_{1,2}}} = \int_1^2 \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \underset{-\Delta U_A}{\underset{\downarrow}{\int_1^2 \vec{F}_{cons\,A} \cdot d\vec{r}}} + \underset{-\Delta U_B}{\underset{\downarrow}{\int_1^2 \vec{F}_{cons\,B} \cdot d\vec{r}}} + \underset{-\Delta U_C}{\underset{\downarrow}{\int_1^2 \vec{F}_{cons\,C} \cdot d\vec{r}}} + \underset{W_{NC}}{\underset{\downarrow}{\int_1^2 \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{r}}}$$

2º) b) Por tanto:

$$\Delta E_c + (\underbrace{\Delta U_A + \Delta U_B + \Delta U_C}_{(1)}) = \underbrace{W_{NC}}_{(2)}$$

(1) Tres fuerzas conservativas $\Rightarrow$ 3 energías potenciales

(2) La contribución de la fuerza <u>NO</u> conservativa, aparece como trabajo "no conservativo" e igual a la variación de energía mecánica.

3º) a) Se define el peso de un cuerpo como la fuerza que ejerce el planeta Tierra sobre un cuerpo cercano a ella.
Según esta definición, el peso de un cuerpo es un caso particular de la fuerza de atracción gravitatoria, en la que el planeta Tierra es uno de los cuerpos.

$$\vec{P} = \vec{F_g} = -G \frac{M_T \cdot m}{r^2} \vec{u_r}$$

- $\vec{P} \to$ fuerza peso
- $G \to$ cte de gravitación
- $M_T \to$ masa Tierra
- $m \to$ masa del cuerpo
- $r \to$ distancia centro Tierra-Cuerpo
- $\vec{u_r} \to$ vector unitario dirección $\vec{r}$

- Se observa que se considera que toda la masa de la Tierra se encuentra situada en su centro.
- Suele ser habitual, separar r en $r = (R_T + h)$ donde
  $R_T \to$ radio de la Tierra y $h \to$ altura sobre la superficie
- Si aplicamos el concepto de intensidad de campo gravitatorio $(\vec{g})$, obtenemos la expresión:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \qquad \text{donde} \qquad \vec{g} = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{u_r} = -G \frac{M_T}{(R_T+h)^2} \vec{u_r}$$

- Si nos encontramos en la superficie terrestre:

$$\vec{P} = m \vec{g_0} = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \qquad y \qquad g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2} = 9{,}8 \text{ N/kg}$$

- Si el cuerpo se desplaza de tal forma que su altura varía poco cerca de la superficie terrestre se considera

$$P = m \cdot g_0 \to P = m \cdot 9{,}8$$

b) Como se ha expuesto anteriormente:

$$P = mg \qquad y \qquad g = G \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

Si llamamos $1 \to$ posición del satélite en órbita y
$0 \to$ posición en la superficie

3) b) $$\frac{P_1}{P_0} = \frac{m\,g_1}{m\,g_0} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G\,\frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

* REALIZANDO OPERACIONES:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{\frac{(R_T+h)^2}{R_T^2}} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R_T}\right)^2}$$

* LA FRACCIÓN RESULTANTE, ES SIEMPRE MENOR QUE 1 Y POR TANTO EL PESO "EN ÓRBITA" SERÁ MENOR QUE EN LA SUPERFICIE TERRESTRE.

* SE ACEPTA QUE SI $h << R_T \Rightarrow \frac{h}{R_T} \simeq 0$ Y $\boxed{P_1 = P_0}$

ES DECIR SI EL CUERPO SE MUEVE DESPLAZÁNDOSE POCO EN ALTURA,

$P \simeq cte. \Rightarrow$ PESO "NO VARÍA"

4) a) EL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE, PUEDE DETERMINARSE MEDIANTE LA MAGNITUD INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE, CASO PARTICULAR EN EL QUE:

$$\vec{g} = -G\,\frac{M_T}{r^2}\,\vec{u_r} \quad \text{ó} \quad \vec{g} = -G\,\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u_r}$$

DONDE:

$G \rightarrow$ CTE UNIVERSAL DE GRAVITACIÓN ; $M_T \rightarrow$ MASA DE LA TIERRA

$r \rightarrow$ DISTANCIA ; $R_T \rightarrow$ RADIO DE LA TIERRA ; $h \rightarrow$ ALTURA

$\vec{u_r} \rightarrow$ VECTOR UNITARIO DIRECCIÓN DE $\vec{r}$

SUS PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS SON:

- ES RADIAL (LAS DIRECCIONES PASAN POR EL CENTRO DE LA TIERRA) Y POR TANTO ES UN CAMPO CENTRAL
- ESTÁ DIRIGIDO SIEMPRE HACIA LA TIERRA
- ES INVERSAMENTE PROPORCIONAL AL CUADRADO DE LA DISTANCIA
- ADMITE EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.

b) SE CONSIDERAN LOS VALORES "1" PERTENECIENTES A UN SATÉLITE Y LOS VALORES "2" AL OTRO. $\underline{r_1 > r_2}$

I) VELOCIDAD ÓRBITAL.

UN CUERPO ESTÁ EN ÓRBITA SI LA FUERZA GRAVITATORIA QUE EJERCE LA TIERRA SOBRE ÉL ES UNA FUERZA CENTRÍPETA

$$\vec{F_g} = \vec{F_{cp}} \Longrightarrow F_g = F_{cp}$$

4) b) I $F_g = G\dfrac{M_T \cdot m}{r^2}$ y $F_{cp} = m\dfrac{V^2}{r}$

SUSTITUYENDO EN LA EXPRESION ANTERIOR:

$$G\frac{M_T \cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2 \Rightarrow V_{ORBITAL} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

$$* \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{G\frac{M_T}{r_1}}}{\sqrt{G\frac{M_T}{r_2}}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$$

SI $r_1 > r_2 \Rightarrow V_1 < V_2$

II POR DEFINICIÓN, $E_m = E_c + U$

$$E_c = \frac{1}{2} m V_{ORBITAL}^2 \quad ; \quad U = -G\frac{M_T \cdot m}{r}$$

- USANDO EL VALOR DE LA VELOCIDAD ORBITAL:

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{M_T \cdot m}{r} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M_T}{r}}\right)^2 - G\frac{M_T \cdot m}{r} =$$

$$= -\frac{1}{2} G\frac{M_T \cdot m}{r}$$

- ESTABLECIENDO LA RELACIÓN ENTRE LOS VALORES DE ENERGÍA MECÁNICA

$$\frac{E_{m_1}}{E_{m_2}} = \frac{-\frac{1}{2} G\frac{M_T \cdot m}{r_1}}{-\frac{1}{2} G\frac{M_T \cdot m}{r_2}} = \frac{r_2}{r_1}$$

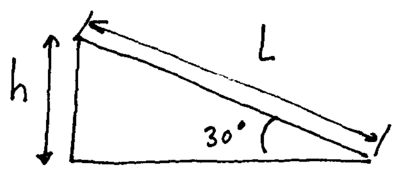
SI $r_1 > r_2 \Rightarrow E_{m_1} < E_{m_2}$

PROBLEMAS

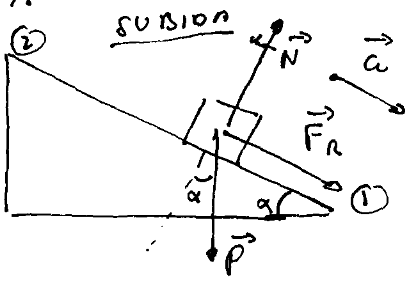
5º)

$m = 0{,}5\ Kg$
$\alpha = 30^\circ$
$V_0 = 5\ m/s$
$\mu = 0{,}2$
$g = 10\ m/s^2$

FENÓMENO FÍSICO MECÁNICA



a) ⊛



• SEGÚN DINÁMICA $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

• DESCOMPONIENDO EN UN SISTEMA DE EJES CON DIRECCIÓN DEL PLANO Y PERPENDICULAR AL PLANO:

$$\left.\begin{cases} N\vec{j} - mg\cos\alpha\,\vec{j} = 0 \\ mg\,\text{sen}\,\alpha\,\vec{i} + \mu N\vec{i} = m\,a\,\vec{i} \end{cases}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} N = mg\cos\alpha \Rightarrow N = 4{,}33\,N \\ P = m \cdot g \Rightarrow P = 5\,N \\ |\vec{F}_R| = \mu N \Rightarrow F_R = 0{,}866\,N \end{array}$$

⊛ A PARTIR DEL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA:

$$\Delta E_m = W_{noc} \Rightarrow E_{m_2} - E_{m_1} = W_{noc}$$

PUNTO ① → LANZAMIENTO
PUNTO ② → ARRIBA EN EL PLANO:

$$E_{m_1}\begin{cases} E_{c_1} \Rightarrow \frac{1}{2} 0{,}5 \cdot 5^2 = 6{,}25\,J \\ E_{p_1} \Rightarrow 0 \to (h=0)\ \underline{mgh} \end{cases} \Bigg\| \quad E_{m_2}\begin{cases} E_{c_2} = 0 \quad (v=0) \\ E_{p_2} = 0{,}5 \cdot 10 \cdot h = 5h \end{cases}$$

$$W_{noc} = \vec{F}_{Roz} \cdot \Delta\vec{x} \Rightarrow W_{noc} = 0{,}866 \cdot \frac{h}{\text{sen}\,30^\circ} \cdot \cos 180^\circ =$$
$$= -1{,}732\,h$$

SUSTITUYENDO DATOS:

$$5h - 6{,}25 = -1{,}732\,h \Rightarrow \boxed{h = 0{,}928\ m}$$

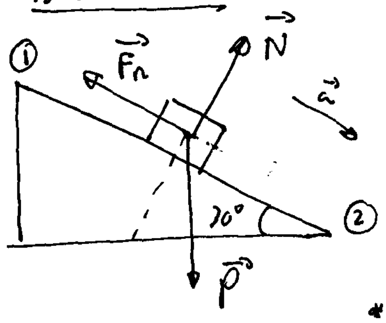
NOTA: SE PODRÍA HABER REALIZADO EL PROBLEMA USANDO LAS MAGNITUDES CINEMÁTICAS Y RESOLVIENDO MEDIANTE UN MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO:

$$MUA\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \end{cases} \Bigg\| \xrightarrow[\text{CASO}]{\text{EN ESTE}} \begin{array}{l} L = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 - at \end{array}$$

JUNTO CON LA LEY DE LA DINÁMICA $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ QUE EN ESTE CASO DARÍA LAS EXPRESIONES:

$$\begin{cases} N - mg\cos\alpha = 0 \\ mg\,\text{sen}\,\alpha + \mu N = m\,a \end{cases}$$

5) b) (I) BAJADA



ELIGIENDO EL SISTEMA DE REFERENCIA ANTERIOR:

$$\left.\begin{cases} N = m g \cos\alpha \\ m g \operatorname{sen}\alpha - \mu N = m a \end{cases}\right\} m g \operatorname{sen}\alpha - \mu m g \cos\alpha = m a$$

$$a = g(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)$$

* EL VALOR DE LOS MÓDULOS DE LAS FUERZAS, SERÍA EL MISMO QUE EN EL CASO ANTERIOR:

$P = mg \Rightarrow P = 0{,}5 \cdot 10 = 5\ N$; $N = m g \cos\alpha \Rightarrow N = 0{,}5 \cdot 10 \cdot \cos 30° = 4{,}33\ N$

$F_r = \mu N \Rightarrow F_r = 0{,}2 \cdot 4{,}33 = 0{,}866\ N$

* APLICANDO LA CONSERVACIÓN DE ENERGIA : $\Delta E_m = W_{roz}$

$$E_{m_2} - E_{m_1} = W_{roz}$$

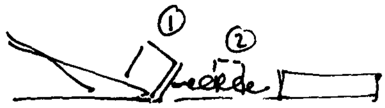
$$E_{m_1} \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow E_{c_1} = 0 \quad (v_1 = 0) \\ E_{p_1} = m g h \rightarrow E_{p_1} = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}928 = 4{,}64\ J \end{cases} \Big\} E_{m_1} = \underline{4{,}64}\ J$$

$$E_{m_2} \begin{cases} E_{c_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow E_{c_2} = 0{,}25\, v_2^2 \\ E_p = m g h \quad h = 0 \Rightarrow E_p = 0 \end{cases} \Big\} E_{m_2} = \underline{0{,}25\, v^2}\ J \ (v_2 = v)$$

$$W_{roz} = \vec{F}_{roz} \cdot \Delta\vec{r} \Rightarrow W_{roz} = 0{,}866 \cdot \frac{0{,}928}{\operatorname{sen} 30°} \cdot \cos 180° = \underline{-1{,}607\ J}$$

$$0{,}25\, v^2 - 4{,}64 = -1{,}607 \Rightarrow \boxed{v = 3{,}483\ m/s}$$

(II) * APLICANDO EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (YA QUE SUPONEMOS QUE NO HAY ROZAMIENTO EN EL MUELLE):



① CUERPO ABAJO EN EL PLANO

② MUELLE COMPRIMIDO

$$E_m = E_c + E_p + E_{p,e}$$

↳ ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA : $E_{p,e} = \frac{1}{2} K x^2$

$$E_{m_1} = \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ E_{p_1} = 0 \quad (h = 0) \\ E_e = 0 \quad (x = 0) \end{cases} \Big\} E_{m_1} = 3{,}033\ J$$

$$E_{m_2} \rightarrow \begin{cases} E_{c_2} = 0 \quad (v = 0) \\ E_{p_1} = 0 \quad (h = 0) \\ E_e = \frac{1}{2} K x^2 \end{cases} \Big\} E_{m_2} = 625\, x$$

$E_{m_1} = E_{m_2} \Rightarrow 625\, x^2 = 3{,}033$;

$$\boxed{x = 0{,}0697\ m}$$

* NOTA: EL SUBAPARTADO (I) PODRÍA REALIZARSE MEDIANTE CONSIDERACIONES CINEMÁTICAS Y DINÁMICAS,

6º) DATOS:

$m_s = 1200\ Kg$

$h = \cancel{500 Km} = 5 \cdot 10^5 m$

$R_T = \cancel{6370 Km} = 6{,}37 \cdot 10^6 m$

$g_0 = 9{,}8\ N/Kg$

FENÓMENO FÍSICO → GRAVITACIÓN

- ÓRBITA
- $\cancel{\exists F_{roz}}$
- MCU

} CONDICIONES DEL PROBLEMA

a) Si existe una órbita: $\vec{F_g} = \vec{F_{cp}}$ $\begin{cases} \vec{F_g} \to \text{FUERZA GRAVITATORIA} \\ \vec{F_{cp}} \to \text{'' CENTRÍPETA} \end{cases}$

$$\vec{F_g} = \vec{F_{cp}} \Rightarrow F_g = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}\ [*]$$

(PODEMOS SUSTITUIR $r = R_T + h$)

* COMO G, M SON "DESCONOCIDOS", SE OBTIENE SU PRODUCTO A PARTIR DE g_0 (INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO EN LA SUPERFICIE TERRESTRE)

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M_T = g_0 R_T^2$$ Y SUSTITUYENDO EN [*]

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{(R_T + h)}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{9{,}8 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6)^2}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)}} = 7608{,}1\ m/s$$

$$\boxed{V_{orb} = 7608{,}1\ m/s}$$

* AL SER UN MCU: $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T = \frac{2\pi \cdot (6{,}37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)}{7608{,}1} = 5673{,}6\ s \qquad \boxed{T = 5673{,}6\ s} \simeq 1{,}57 h$$

b) El trabajo necesario para elevar un satélite, coincide con la energía cinética a suministrar. Como no existen fuerzas de rozamiento: $E_{m\ sup} = E_{m\ órbita}$

$$E_{m\ sup} \begin{cases} E_{c_1} \\ U_1 = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T} \end{cases} \qquad E_{m\ orb} \begin{cases} E_{c_2} = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 \\ U_2 = -G\frac{M_T\ m}{R_T + h} \end{cases}$$

APLICANDO LOS VALORES:

$$E_{m_1} \begin{cases} E_c \\ U_1 = -7{,}4911 \cdot 10^{10} J \end{cases} \qquad E_{m_2} \begin{cases} E_c = 3{,}473 \cdot 10^{10} J \\ U_2 = -6{,}946 \cdot 10^{10} J \end{cases}$$

$$E_c - 7{,}4911 \cdot 10^{10} = 3{,}473 \cdot 10^{10} - 6{,}946 \cdot 10^{10}$$

$$\boxed{E_c = 4{,}018 \cdot 10^{10} J} = W$$

- El signo (+) del trabajo, indica que se debe realizar una fuerza en contra de las fuerzas gravitatorias.

6) b) EL VALOR DE LA ENERGIA MECÁNICA DE UN SATÉLITE EN ÓRBITA, SERÍA :

$$E_m = E_c + U \quad \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m V_{ORBITAL}^2 \\ U = -G \frac{M_T \cdot m}{r} \end{cases}$$

• TENIENDO EN CUENTA QUE $V_{ORBITAL} = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$ Y SUSTITUYENDO :

$$E_m = \frac{1}{2} m V^2 - G \frac{M_T \cdot m}{r} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}} \right)^2 - G \frac{M_T \cdot m}{r} =$$

$$= -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}$$

• TENIENDO EN CUENTA LOS DATOS DEL PROBLEMA :

$$E_m = -\frac{1}{2} \frac{g_0 R_T^2 m}{r} \; ; \Rightarrow \boxed{E_m = -3{,}473 \cdot 10^{10} \text{ J}}$$

* EL SIGNO MENOS, INDICA QUE LA ENERGIA QUE TIENE EL SATÉLITE ES MENOR QUE LA ~~ENERGÍA~~ MÍNIMA QUE TENDRÍA EN EL "INFINITO" (E_m MÍNIMA $= 0$) Y POR TANTO, EL SATÉLITE NO ES CAPAZ DE "SALIR" DEL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE.

7º) DATOS:

IO: $r = \cancel{421600\ Km} = 4,216 \cdot 10^{8}\ m$

$T = 1,53 \cdot 10^{5}\ s$

EUROPA: $r_E = \cancel{670000}\ Km = 6,7 \cdot 10^{8}\ m$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ Kg^{-2}$

$R_J = \cancel{71500}\ Km = 7,15 \cdot 10^{7}\ m$

* FENÓMENO FÍSICO: GRAVITACIÓN

* CONDICIONES:

- MCU
- ÓRBITA $(\vec{F}_g = \vec{F}_{cp})$
- MOVIMIENTO "PLANETARIO" $\Rightarrow$ LEYES KEPLER

a) VELOCIDAD ORBITAL:

- $\vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \rightarrow F_g = F_{cp} \Rightarrow G \cdot \dfrac{M m}{r^2} = m \dfrac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G M}{r}}$

MOVIMIENTO CIRCULAR:

- $T = \dfrac{2 \pi r}{v}$ SUSTITUYENDO EL ANTERIOR:

$$T = \frac{2 \pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G M}{r}}} \Rightarrow T^2 = \frac{4 \pi^2 r^2}{\frac{G M}{r}} = \frac{4 \pi^2 r^3}{G M} \quad [1]$$

$\Leftrightarrow$ DESPEJANDO M:

$M = \dfrac{4 \pi r^3}{G T^2}$ APLICANDO LOS DATOS DEL PROBLEMA:

$$M_J = \frac{4 \cdot \pi \cdot (4,216 \cdot 10^{8})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (1,53 \cdot 10^{5})^2} = 1,895 \cdot 10^{27}\ Kg \Rightarrow \boxed{M_J = 1,895 \cdot 10^{27}\ Kg}$$

a) ② SI APLICAMOS LA EXPRESIÓN [1] A LOS SATÉLITES IO Y EUROPA Y ESTABLECIENDO UNA RELACIÓN:

$$\frac{T_I^2}{T_E^2} = \frac{\frac{4 \pi^2 r_I^3}{G M_J}}{\frac{4 \pi^2 r_E^3}{G M_J}} = \frac{r_I^3}{r_E^3} \quad [2]$$

POR TANTO APLICANDO VALORES

$$\frac{(1,53 \cdot 10^{5})^2}{T_E^2} = \frac{(4,216 \cdot 10^{8})^3}{(6,7 \cdot 10^{8})^3} \Rightarrow \boxed{T_E = 3,065 \cdot 10^{5}\ s}$$

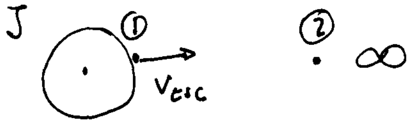
- COMO SE OBSERVA EN [2], HEMOS OBTENIDO LA 3ª LEY DE KEPLER DONDE LA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD ENTRE EL CUADRADO DEL PERIODO Y EL CUBO DEL RADIO SERÍA:

$T^2 \propto r^3 \Rightarrow T^2 = K r^3$ Y HEMOS DEDUCIDO QUE

$$\boxed{K = \frac{4 \pi^2}{G M}}$$

7) b) SE LLAMA VELOCIDAD DE ESCAPE A LA VELOCIDAD MÍNIMA A LA QUE HABRÍA QUE LANZAR UN OBJETO DESDE LA SUPERFICIE DE UN PLANETA PARA QUE "ESCAPE" A SU ATRACCIÓN GRAVITATORIA.

AL SER UNA VELOCIDAD MÍNIMA, SUPONEMOS QUE EL OBJETO LLEGA AL INFINITO SIN VELOCIDAD.



. SUPONEMOS QUE NO EXISTEN FUERZAS DE ROZAMIENTO:

$$\text{Si } \nexists \vec{F}_{roz} \Rightarrow \Delta E_m = 0 \quad y \quad E_{m_1} = E_{m_2}$$

$$E_{m_1} = \left\{ \begin{array}{l} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ U_1 = -G \frac{M_J \cdot m}{R_J} \end{array} \right\} E_{m_1} = \frac{1}{2} m V_{esc}^2 - G \frac{M_J \cdot m}{R_J}$$

$$E_{m_2} = \left\{ \begin{array}{l} E_c = 0 \ (V_{mínima}) \\ U_f = 0 \ (\text{REFERENCIA ENERGÍA POTENCIAL}) \end{array} \right\} E_{m_2} = 0$$

. POR TANTO: $E_{m_1} = E_{m_2}$ y

$$\frac{1}{2} m V_{esc}^2 - G \frac{M_J \cdot m}{R_J} = 0 \Rightarrow V_{esc} = \sqrt{\frac{2 G M_J}{R_J}}$$

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}895 \cdot 10^{27}}{7{,}15 \cdot 10^{7}}} = 5{,}946 \cdot 10^{4}\ m/s$$

$$\boxed{V_{ESCAPE,\ JUPITER} = 59460\ m/s}$$