NOMBRE: ______________________________

CURSO: ________

FISICA. Mecánica y Gravitación

Cuestiones

1.- a) ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo explique el significado físico.
b) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de su energía potencial? Justifique la respuesta.

2.- a) Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.
b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? Razone la respuesta.

3.- Demuestre, razonadamente, las siguientes afirmaciones: a) a una órbita de radio **R** de un satélite le corresponde una velocidad orbital **v** característica; b) la masa **M** de un planeta puede calcularse a partir del periodo de revolución **T** y del radio orbital **R** de uno de sus satélites.

4.- a) Enuncie las leyes de Kepler.
b) Razone, a partir de la segunda ley de Kepler, cómo cambia la velocidad de un planeta a lo largo de su órbita al variar la distancia al Sol.

Problemas

5.- Un bloque de 200 g, inicialmente en reposo, se deja deslizar por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica 200 Nm^{-1}, paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?
b) Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.

$g = 10\ ms^{-2}$

6.- a) ¿Cuál será el valor de g a una altura igual al radio de la Tierra?
b) ¿Cuál será la velocidad con la que caería un cuerpo a la superficie terrestre si se deja caer desde esa altura?

$R_T = 6370$ Km ; $g_0 = 9,8\ ms^{-2}$

7.- Se quiere lanzar un satélite de 500 Kg de masa hasta alcanzar una órbita a una altura 2 veces el radio de la Tierra.

a) ¿Cuál debe ser la velocidad a la que hay que lanza el satélite desde la superficie de la Tierra?. ¿Cuál sería la velocidad del satélite en la órbita?.

b) ¿Qué habría que realizar sobre el satélite para que éste se desplazara desde su órbita a otra superior a una altura triple del radio de la Tierra?.

$R_T = 6370$ Km ; $g_0 = 9,8\ ms^{-2}$

1º) a) • NO $E_c > 0$, ya que $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ y

$m > 0 \rightarrow$ (Por definición)

$V > 0 \rightarrow$ Módulo de un vector, y además $(\,)^2 > 0$

• Si $U = -\int_0^A \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow$ Dependiente de U_0 (ORIGEN DE E_p)

Así será el valor de U_A

$\Rightarrow U \rightarrow -W$ realizado por las fuerzas del campo para trasladar una masa desde $\infty \rightarrow A$.

• Si $W > 0 \Rightarrow U\downarrow \rightarrow$ El trabajo lo realizan las fuerzas del campo

• Si $W < 0 \Rightarrow U\uparrow \rightarrow$ " " se realiza en ~~contra~~ CONTRA DE "

b) No; sólo en el caso de la existencia UNICAMENTE de fuerzas conservativas.

$W_{A\rightarrow B} = \Delta E_c$ (Teorema de las fuerzas vivas).

$$W_{A\rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \underbrace{\int_A^B \vec{F}_{CONS} \cdot d\vec{r}}_{-\Delta U} + \underbrace{\int_A^B \vec{F}_{NCONS} \cdot d\vec{r}}_{W_{NC}}$$

$$\Delta E_c = -\Delta U + W_{NC}$$

Si $W_{NC} \neq 0 \Rightarrow \Delta E_c \neq -\Delta U$

2º) a) $\vec{F}$ es conservativa si el trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar una partícula desde un punto A a otro B, sólo depende de los puntos inicial y final, NO del camino recorrido.

• Se puede decir también, que el trabajo en una trayectoria cerrada es 0

Matemáticamente:

$$W_{A\rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}_{CONS} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$$

E_p = Energía Potencial.

3 Fuerzas conservativas: Fuerzas gravitatorias, eléctricas y elástica.
No conservativas, Fuerza de rozamiento y fuerza magnéticas.

b) Sí, ya que por el Teorema de las Fuerzas Vivas:

$$\Delta E_c = W = \underbrace{\int_A^B \vec{F}_{CONS} \cdot d\vec{r}}_{-\Delta U} + \underbrace{\int_A^B \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{r}}_{W_{NC}}$$

3º) a) SATÉLITE EN ÓRBITA: $\vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \Rightarrow F_g = F_{cp}$

$$F_g = G\frac{M \cdot m}{R^2} \qquad F_{cp} = m\frac{v^2}{R}$$

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{R}} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ ; por tanto, } \boxed{v = f(R)}$$

b) ÓRBITA $\Rightarrow \vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$$v_{SATÉLITE} = \frac{2\pi R}{T} \quad \{T \rightarrow \text{periodo de revolución}\}$$

$$\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow \frac{4\pi R^2}{T^2} = \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{4\pi R^3}{GT^2}} \Rightarrow \boxed{M = f(R, T)}$$

4º) a) ① 1ª ley → ÓRBITAS ELÍPTICAS Y SOL EN FOCO.

2ª ley → Recta que une el Sol y el planeta, barre áreas iguales en tiempos iguales

3ª ley → El cuadrado del periodo de revolución de un planeta es proporcional al cubo de la distancia media.

$$T^2 \propto R^3 \Rightarrow T^2 = cte \cdot R^3$$

b) Explica la 1ª y 2ª Ley de Kepler

1ª → $\vec{L} = cte$ → Fuerza central ↗ momento lineal.

2ª → $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \Rightarrow$

$L = r \cdot m v \cdot \operatorname{sen} \varphi \Rightarrow$

Si $L = cte$ y $\begin{cases} r \uparrow \Rightarrow v \downarrow & \text{AFELIO (Punto lejano)} \\ r \downarrow \Rightarrow v \uparrow & \text{PERIHELIO (PUNTO CERCANO)} \end{cases}$

5º) $m = \cancel{200 g} = 0,2\ Kg$

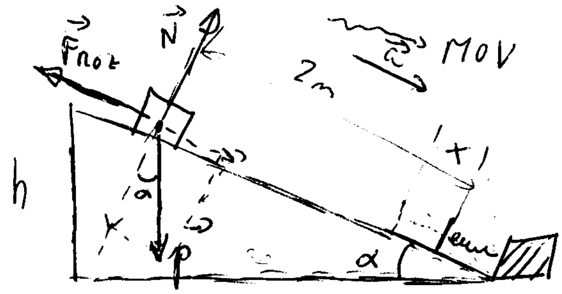
$V_0 = 0$

$\alpha = 30°$

$S = 2\ m$

RESORTE $K = 200\ N/m$

$\mu r = 0,2$ // $g = 10\ m/s^2$



a) ESQUEMA $\vec{N}$, $\vec{F_r}$, $\vec{P}$ y $\vec{a}$?

Por la 2ª Ley de Newton: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F_r} = m \cdot \vec{a}$ (*)

Usando como ejes el plano (X), y su $\perp$ (Y):

$$\left.\begin{aligned} \vec{P} &= mg\,sen\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} \\ \vec{N} &= N\vec{j} \\ \vec{F_r} &= \mu N(-\vec{i}) = -\mu N\vec{i} \end{aligned}\right\} \quad \vec{a} = a\vec{i}$$

Sustituyendo en (*)

$(mg\,sen\alpha - \mu N)\vec{i} + (N - mg\cos\alpha)\vec{j} = m a \vec{i} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Eje } X: & mg\,sen\alpha - \mu N = m \cdot a \\ \text{Eje } Y: & N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Despejando: $mg\,sen\alpha - \mu mg\cos\alpha = m \cdot a$

$a = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow$ Sustituyendo:

$a = 10 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,2\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3,27\ m/s^2$ $\boxed{a = 3,27\ m/s^2}$

* $P = mg \Rightarrow P = 0,2 \cdot 10 = 2\ N$ $\boxed{P = 2\ N}$
* $N = mg\cos\alpha \Rightarrow N = 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,732\ N$ $\boxed{N = 1,732\ N}$
* $F_r = \mu \cdot N \Rightarrow F_r = 0,2 \cdot 1,732 = 0,3464\ N$ $\boxed{F_r = 0,3464\ N}$

5º) b) ① AL COMIENZO → SÓLO EXISTE $E_p = mgh$ (5)

② DESCENSO ⟹ $E_p \downarrow (h\downarrow)$, $E_c \uparrow (v\uparrow)$, $E_m \downarrow (\exists \mu_r \Rightarrow \exists W_R)$

③ EN EL MUELLE ⟹ $E_p \downarrow (h\downarrow)$, $E_c \downarrow (v\downarrow)$, $E_m \downarrow$ ($\exists W_{ROZ}$, y $\downarrow\downarrow E_p, E_c$) $E_e \uparrow (\Delta x \uparrow)$

④ MAXIMA COMPRESION ⟹ $E_p = 0\ (h=0)$, $E_c = 0\ (v=0)$, $E_m = 0$

E_e MÁXIMA $= E_m$

* AL APLICAR LA CONSERVACION ENERGIA:

$\Delta E_m = W_{ROZ}$ EN ESTE CASO $\begin{cases} ① \rightarrow \text{ARRIBA PLANO} \\ ② \rightarrow \text{MAXIMA COMPRESION} \end{cases}$

$E_{m_1} \begin{cases} E_c = 0 \\ E_p = mgh \\ E_e = 0 \end{cases}$ $E_{m_2} : \begin{cases} E_c = 0 \\ E_p = 0 \\ E_e = \frac{1}{2} K x^2 \end{cases}$

$W_{ROZ} = F_R\,(2+x)\,(-1)$

- Se observa en la figura, que $h = (2+x)\,\text{sen}\,30° = \frac{1}{2}(2+x)$
- Sustituyendo:

$$\underbrace{\frac{1}{2} K x^2}_{E_{m_2}} - \underbrace{mg \cdot \frac{1}{2}(2+x)}_{E_{m_1}} = \underbrace{-F_R\,(2+x)}_{W_R} \qquad \begin{cases} F_R = 0{,}346\ N \\ m = 0{,}2\ Kg \\ g = 10 \\ K = 200\ N/m \end{cases}$$

$$100x^2 - (2+x) = -0{,}346\,(2+x)$$

- Agrupando:

$$100x^2 - 0{,}634x - 1{,}268 = 0 \Rightarrow x = 0{,}1158 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}1158\ m}$$

— — — o — — — o — — — o — — —

SI EN EL PROBLEMA HUBIERAMOS DESPRECIADO LA COMPRESION X DEL RESORTE FRENTE A LOS 2 m RECORRIDOS EN EL PLANO, ES DECIR: $(2+x) \simeq 2$;

$$100x^2 - 2 = -0{,}346 \cdot 2 \Rightarrow 100x^2 = 1{,}268$$

$\boxed{x = 1{,}1261\ m}$

A POSTERIORI, SE COMPRUEBA QUE EL ERROR SERIA DE APROXIMADAMENTE 0,3 %

6º) a) g? si $h = R_T$

$R_T = \cancel{6370\ km} = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

$g_0 = 9{,}8\ m/s^2\ (N/Kg)$

· APLICANDO EL VALOR DE g POR DEFINICION

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + R_T)^2} = G \cdot \frac{M_T}{4 R_T^2}$$

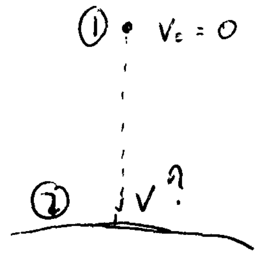
* COMO $g_0 = G \dfrac{M_T}{R_T^2}$ (*)

$$g = \frac{g_0}{4} \Rightarrow g_0 = \frac{9{,}8}{4} = 2{,}45\ m/s^2 \Rightarrow \boxed{g = 2{,}45\ m/s^2}$$

b) V_{CAIDA}? DESDE $h = R_T$

$R_T = \cancel{6370\ km} = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

$g_0 = 9{,}8\ m/s^2\ (N/Kg)$



PUESTO $\cancel{\exists F_{ROZ}} \Rightarrow E_m = cte$

$$E_{m_1} = \begin{cases} E_{c_1} = 0 \\ U_1 = -G \dfrac{M_T \cdot m}{R_T + h} \end{cases}$$

$$E_{m_2} = \begin{cases} E_{c_2} = \dfrac{1}{2} m V_2^2 \\ U_2 = -G \dfrac{M_T \cdot m}{R_T} \end{cases}$$

IGUALANDO:

$$-G \frac{M_T \cdot m}{R_T + h} = \frac{1}{2} m V_2^2 - G \frac{M_T\, m}{R_T}$$

REAGRUPANDO Y SUSTITUYENDO VALORES:

$$\frac{1}{2} V_2^2 = G \frac{M_T}{R_T} - G \frac{M_T}{(R_T + R_T)} = G \frac{M_T}{R_T} - G \frac{M_T}{2 R_T};$$

$$V = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T}};$$

POR (*) (ARRIBA) $G \dfrac{M}{R_T} = g_0 \cdot R_T$:

$$V = \sqrt{g_0 \cdot R_T} \Rightarrow V = \sqrt{9{,}8 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} = 7901{,}0\ m/s$$

$$\boxed{V = 7901\ m/s}$$

7º) SATÉLITE

$g_0 = 9{,}8\ m/s^2$

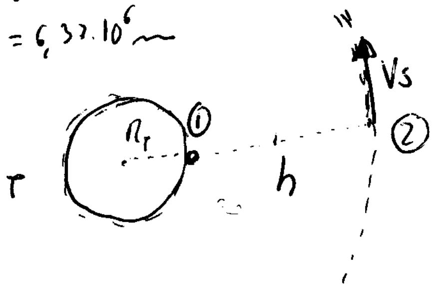
$R_T = 6370\ km = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

$m = 500\ Kg$

$h_{ORBITA} \Rightarrow h = 2R_T$

a) $V_{LANZAMIENTO}$?

$V_{ORBITAL}$?



ÓRBITA $\Rightarrow \vec{F}_g = \vec{F}_{cp}$

$\cancel{\exists F_{roz}} \Rightarrow E_m = cte$

$$E_{m_1} = \begin{cases} E_{C_1} = \frac{1}{2} m V_1^2 \\ U_1 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \end{cases} \qquad E_{m_2} = \begin{cases} E_{C_2} = \frac{1}{2} m V_s^2 \\ U_2 = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T + h} \end{cases}$$

IGUALANDO Y SUSTITUYENDO DATOS :

$$\frac{1}{2} \cancel{m} V_1^2 - G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T} = \frac{1}{2} \cancel{m} V_s^2 - G \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T + h)}$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 - G \frac{M_T}{R_T} = \frac{1}{2} V_s^2 - G \frac{M_T}{3R_T}$$

DEBIDO A LA ÓRBITA YA QUE $F_g = F_{cp} \Rightarrow V_s = \sqrt{\frac{GM}{R_T + h}}$

$$\frac{1}{2} V_1^2 - G \frac{M_T}{R_T} = \frac{1}{2} \left(\frac{G \cdot M_T}{3R_T} \right) - G \cdot \frac{M_T}{3R_T}$$

AGRUPANDO :

$$\frac{1}{2} V_1^2 = \frac{5}{6} G \frac{M_T}{R_T}$$

PUESTO QUE

$$g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow g_0 R_T = G \frac{M}{R_T}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{5}{3} G \frac{M_T}{R_T}} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{5}{3} g_0 R_T} = 1{,}62 \cdot 10^4\ m$$

$\boxed{V_1 = 10200\ m/s}$ V LANZAMIENTO

$$V_{ORBITAL} \Rightarrow \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}} \Rightarrow V_{ORBITAL} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{3R_T}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T}{3}}$$

$\boxed{V_{ORBITAL} = 4561{,}7\ m/s}$

b) Para "pasar" un satélite de una órbita a otra, es necesario realizar un trabajo sobre él para modificar su órbita y por tanto su E_m. La energía mecánica de un satélite, es función del radio órbita: $E_m = f(r)$

- En un satélite:

$$E_m = E_c + U \quad \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 \\ U = -G \frac{M_T m}{r} = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)} \end{cases}$$

- Como antes orbita $\rightarrow \vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \rightarrow V_s = \sqrt{G \frac{M_T m}{R_T + h}}$

Sustituyendo:

$$E_m = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 - G \frac{M_T}{R_T + h} = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}\right)^2 - G \frac{M_T m}{R_T + h}$$

$$E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$$

* El trabajo a realizar, sería: $W = \Delta E_m$

$$W = E_{m_2} - E_{m_1} \Rightarrow W = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_2} - \left(-\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_1}\right)$$

$$W = \frac{1}{2} G M_T \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$h_1 = 2R_T$ $\quad h_2 = 3R_T$

* Como antes: $G \cdot M_T = g_0 R_T^2$ y además $r_1 = 3R_T$, $r_2 = 4R_T$

$$W = \frac{1}{2} g_0 R_T^2 \cdot m \left(\frac{1}{3R_T} - \frac{1}{4R_T}\right) = \frac{1}{24} \cdot g_0 R_T m$$

$\boxed{W = 1,3 \cdot 10^9 \text{ J}}$ $\Rightarrow$ Esto implica que $E_{m_2} > E_{m_1}$, y por tanto, se debe aplicar un trabajo sobre el cuerpo para aumentar su energía.

El proceso <u>NO</u> es espontáneo