NOMBRE: ______________________________

CURSO: ________

FISICA. Mecánica y Gravitación

Cuestiones

1.- a) ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo explique el significado físico.

b) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de su energía potencial? Justifique la respuesta.

2.- Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.

b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos.

3.- Sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas. a) ¿Se mantiene constante su energía mecánica? Razone la respuesta. b) Si sobre la partícula actúan además fuerzas de rozamiento, ¿cómo afectarían a la energía mecánica?

4.- Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

a) Si se redujera el radio de la órbita lunar en torno a la Tierra, ¿aumentaría su velocidad orbital?

b) ¿Dónde es mayor la velocidad de escape, en la Tierra o en la Luna?

Problemas

5.- Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba, por una rampa rugosa ($\mu = 0,2$) que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad de 6 $m\cdot s^{-1}$. Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de 4,2 $m\ s^{-1}$.

a) Dibuje un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indicar el valor de cada fuerza. ¿se verifica el principio de conservación de la energía mecánica en el proceso descrito? Razone la respuesta.

b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido.

$g = 10\ m\ s^{-2}$

6.- La Luna dista de la Tierra $3,8\cdot 10^{8}$ m, si con un cañón lo suficientemente potente se lanzara desde la Tierra hacia la Luna un proyectil:

a) ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna la aceleración del proyectil sería nula?

b) ¿Qué velocidad mínima inicial debería poseer para llegar a ese punto? ¿cómo se movería a partir de esa posición?

$G = 6,67\cdot 10^{-11}\ N\ m^2 kg^{-2}$; $M_T = 6\cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6400$ km; $M_L = 7\cdot 10^{22}$ kg; $R_L = 1600$ km.

7.- Se quiere lanzar al espacio un objeto de 500 kg y para ello se utiliza un dispositivo que le imprime la velocidad necesaria. Se desprecia la fricción con el aire.

a) Explique los cambios energéticos del objeto desde su lanzamiento hasta que alcanza una altura h y calcule su energía mecánica a una altura de 1000 m.

b) ¿Qué velocidad inicial sería necesaria para que alcanzara dicha altura?

$M_T = 6\cdot 10^{24}$ kg ; $G = 6,67\cdot 10^{-11}\ N\ m^2 kg^{-2}$; $R_T = 6,4\cdot 10^{6}$ m

Fisica . Mecanica y Gravitacion

Cuestiones.-

1.- a) No $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \begin{matrix} m > 0 \\ v^2 > 0 \end{matrix} \Rightarrow E_c > 0$

Si. U depende su valor de nivel de referencia para $U = 0$. Significa que la energia potencial es menor que en el sistema de referencia.

b) No. Solo es posible si $\nexists \vec{F}_{Roz}$ ya que en este caso $\Delta E_m = 0$

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta U \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta U$$

2º) a) Si. El tiempo de caida solo depende de la aceleracion de la gravedad (y altura)

$$F_g = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = m \cdot g_0$$

Por 2ª Ley de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F = m \cdot a \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_g = F \Rightarrow m g_0 = m \cdot a \Rightarrow \boxed{a = g_0}$$ la aceleracion del movimiento es la gravedad

b) Por definicion:

$$\nexists \; W_{\vec{F}\,conservativa} = -\int_{\phi}^{R} \vec{F}_{con} \cdot d\vec{r} = -\Delta U \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ solo depende de los puntos inicial y final, no del camino recorrido

3º) a) Si. Por el principio de conservacion de la energia mecanica $\Rightarrow$ si no existen fuerzas rozamiento $\Rightarrow E_m = cte$. Solo hay que tener en cuenta que cada $\vec{F}_{cons}$ tiene "su U_p".

b) En este caso, se amplia el principio de conservacion indicando que "la variacion de la energia mecanica" se invierte en trabajo para compensar el trabajo de la fuerza de rozamiento

$$\Delta E_m = W_{\vec{F}roz}.$$

4º) a) orbita $\Rightarrow \vec{F}_g = \vec{F}_{cp} \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot M_L'}{d_{T-L}^2} = M_L' \frac{V_L^2}{d_{T-L}} \Rightarrow$

$$V_L = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{d_{T-L}}} \; ; \quad \text{Si } d'_{T-L} = \frac{d_{T-L}}{2} \Rightarrow V_L' = \sqrt{\frac{G M_T}{d_{TL}/2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{G M_T}{d_{TL}}}$$

$$\Rightarrow V_L' = \sqrt{2} \, V_L$$

La velocidad orbital aumentaria en $\sqrt{2}$ veces

4º) b) VELOCIDAD DE ESCAPE ES LA VELOCIDAD <u>MINIMA</u> PARA SALIR DE LA ATRACCION GRAVITATORIA ("LLEGAR AL INFINITO").

SI SE LANZA DESDE LA SUPERFICIE DE UN PLANETA,

SUPERFICIE: $E_m = E_c + U \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m V_{esc}^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$

INFINITO: 0 ↳ "PARADO" $\quad 0$ ↳ POR DEFINICION

$$\frac{1}{2} \cancel{m} V_{esc}^2 - G \frac{M_T \cancel{m}}{R_T} = 0 + 0 \Rightarrow \boxed{A}\ V_{esc} = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} = \sqrt{2G} \cdot \sqrt{\frac{M_T}{R_T}}$$

LA VELOCIDAD DE ESCAPE DEPENDE SOLO DE DATOS PLANETARIOS.

— o — o —

SI USAMOS EL CONCEPTO DE DENSIDAD $\left(\rho = \frac{M}{V}\right)$, TENDRIAMOS:

$$\rho_T = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \Rightarrow M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3 ; \text{ SUSTITUYENDO}$$

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2 G \frac{4}{3} \pi \rho R_T^3}{R_T}} = \sqrt{\frac{8}{3} \pi \rho G} \cdot R_T$$

A IGUALDAD DE DENSIDAD $\boxed{V_{esc} \propto R}$

EN ESTE CASO $V_{esc,\ TIERRA} > V_{esc,\ LUNA}$

— o — o —

SI SE UTILIZA: $g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G . M_T = g_0 R_T^2 \Rightarrow$

SUSTITUYENDO EN LA VELOCIDAD DE ESCAPE [A]:

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2 . g_0 R_T^2}{R_T}} = \sqrt{2 g_0 R_T}$$

$V_{esc} \propto g_0 , R_p$ ~~PROPOR~~ DIRECTAMENTE

PROBLEMAS

5º) $m = 2\ Kg$

$\mu = 0,2$

$\alpha = 30°$

$V_0 = 6\ m/s$

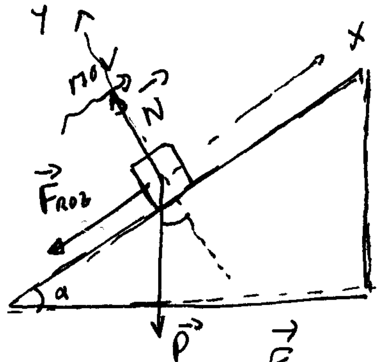
$V_f = 4,2\ m/s$

Esquema Fuerzas ↑ ↓

W_{roz} en subida

$g = 10\ m/s^2$

a) ①

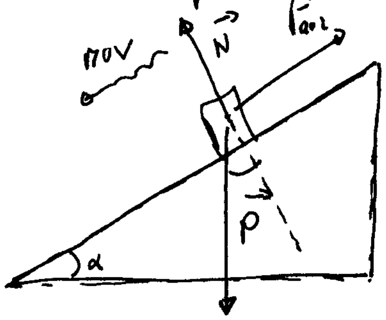


$|\vec{P}| = m|\vec{g}|$

$|\vec{F}_{roz}| = \mu\ |\vec{N}|$

MOV: $\underline{\underline{MRUA}}$

②



b) ① $P = m \cdot g \Rightarrow P = 2 \cdot 10 = \underline{20N}$

$N = P \cdot \cos\alpha \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \cos 30° \Rightarrow N = 2 \cdot 10 \cdot 0,866 = \underline{17,32\ N}$

$F_r = \mu \cdot N \Rightarrow F_r = 0,2 \cdot 17,32 = \underline{3,46\ N}$

Vectorial/:

$\vec{P} = mg\cos\alpha\,(-\vec{j}) + mg\,\mathrm{sen}\,\alpha\,(-\vec{i}) = -10\vec{i} - 17,32\vec{j}$

$\vec{F}_{roz} = -3,46\,\vec{i}$

$\vec{N} = 17,32\,\vec{j}$

② $P = m \cdot g \Rightarrow P = 2 \cdot 10 = \underline{20N}$

$N = P \cdot \cos\alpha \Rightarrow N = mg\cos\alpha \Rightarrow N = \underline{17,32\ N}$

$\vec{F}_{roz} = \mu N \Rightarrow F_{roz} = 0,2 \cdot 17,32 = \underline{3,46\ N}$

Vectorial/:

$\vec{P} = -mg\cos\alpha\,\vec{j} - mg\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\vec{i} \Rightarrow \vec{P} = -10\vec{i} - 17,32\vec{j}$

$\vec{N} = 17,32\,\vec{j}$

$F_{roz} = +3,46\,\vec{i}$

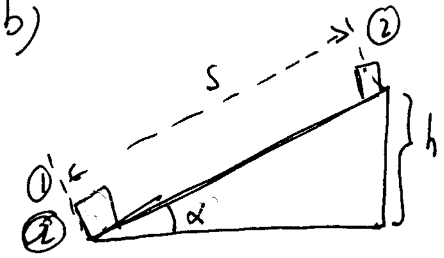
NO; YA QUE $E_m = cte$ SI $\nexists \vec{F}_{roz}$ Y EN EL EJERCICIO $\underline{\underline{SI}}$ EXISTE

$\Rightarrow E_m \neq cte$

b) EL PRINCIPIO GENERAL SOBRE LA ENERGIA MECANICA, SE EXPRESA COMO:

$$\boxed{\Delta E_m = W_{roz}}$$

5º) b) [1]



SE PUEDE APLICAR LA EXPRESION ANTERIOR, PERO SERIA NECESARIO CONOCER EL VALOR DE h (PUNTO 2 $V_2=0$); LO CUAL SE HARIA A PARTIR DE $h = S \cdot \operatorname{sen}\alpha$ s (DISTANCIA RECORRIDA); PERO MEJOR:

YA QUE SE TIENE QUE AVERIGUAR $\underline{S}$, SE PUEDE APLICAR

$$W_{roz} = \vec{F}_{roz} \cdot \Delta\vec{r} \Rightarrow W_{roz} = F_{roz} \cdot S \cdot \cos(\underset{180^\circ}{\alpha}) = -F \cdot S$$

- APLICANDO EL ESQUEMA DE LA PAGINA ANTERIOR:

$F_{roz} = 3{,}46\ N \qquad S?$

2ª LEY NEWTON: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

$$\begin{cases} \text{EJE } X: & -mg\operatorname{sen}\alpha - \mu mg\cos\alpha = -m \cdot a \quad (A) \\ \text{EJE } Y: & mg\cos\alpha = N \end{cases}$$

DE (A) $\qquad a = g(\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha) \Rightarrow a = 10 \cdot \left(0{,}5 + 0{,}2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6{,}732\ m/s^2$

$a = 6{,}732\ m/s^2$

POR MRUA

$$\left.\begin{aligned} v &= v_0 - at \\ S &= v_0 t - \tfrac{1}{2}at^2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &0 = 6 - 6{,}732 \cdot t \Rightarrow t = 0{,}891\ s \\ &S = 6 \cdot 0{,}891 - \tfrac{1}{2}\,6{,}732 \cdot 0{,}891^2 = \\ &= 5{,}346 - 2{,}672 = 2{,}674\ m. \end{aligned}$$

$$\boxed{S = 2{,}674\ m}$$

POR TANTO: $\qquad W_{roz} = 2{,}674 \cdot 3{,}46 \cdot (-1) = -9{,}25\ J$

* EL SIGNO (-) SIGNIFICA QUE EL CUERPO <u>TIENE QUE REALIZAR</u> ESE TRABAJO A COSTA DE <u>PERDER</u> ENERGIA.

⇒ EL MISMO PROBLEMA PERO <u>MUCHO MAS FACIL</u>.

Se aplica $\Delta E_m = W_{roz}$ PERO $\begin{cases} \text{PUNTO 1} \rightarrow \text{PUNTO LANZAMIENTO} \\ \text{PUNTO 2} \rightarrow \text{"EL MISMO" A LA VUELTA} \end{cases}$

$$E_{m_1} = \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\, 2 \cdot 6^2 = 36\ J \\ E_{p_1} = 0 \end{cases} \qquad E_{m_2} \begin{cases} E_{c_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow E_{c_2} = 17{,}64\ J \\ E_p = \underline{\underline{0}} \end{cases}$$

5º) POR TANTO: $\Delta E_m = W_{roz}$

$$17{,}64 - 36 = W_{roz}$$

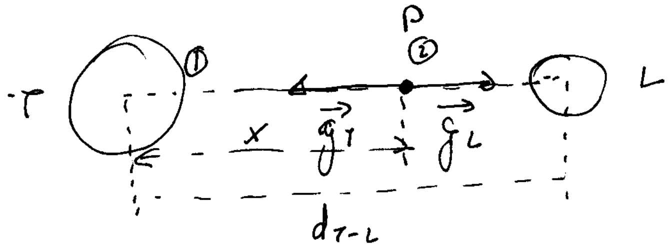
$$W_{roz} = -18{,}36\ J$$

SIN EMBARGO, ESTE ES EL TRABAJO DURANTE TODO EL RECORRIDO; COMO SOLO INTERESA EL DE SUBIDA Y F_r ES EL MISMO EN SUBIDA Y BAJADA ($\Rightarrow W_{roz}$ SUBIDA $= W_{roz}$ BAJADA) Y:

$$W_{roz,\ subida} = \frac{-18{,}36}{2} = \underline{\underline{-9{,}18\ J}}$$

LA DIFERENCIA ENTRE LOS RESULTADO, ES DEBIDO A <u>ERRORES DE REDONDEO</u>

6º) $d_{T-L} = 3{,}8 \cdot 10^8\ m$



$P_{\ g_T=0}$?

V_1 PARA P?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ SI

$M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

$R_T = \cancel{6400\ Km} = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$

$M_L = 7 \cdot 10^{22}$ Kg

$R_L = \cancel{1600\ Km} = 1{,}6 \cdot 10^6\ m$

a) SE CUMPLIRIA QUE $\vec{g}_T = \vec{g}_T + \vec{g}_L = 0$

PARA ESTO $\vec{g}_T = -\vec{g}_L \Rightarrow$ OPUESTOS

$\boxed{g_T = g_L}$ EN PUNTO P

POR TANTO

$$g_T = G\frac{M_T}{x^2}\ ;\ g_L = G\frac{M_L}{(d_{T-L}-x)^2}$$

$$\cancel{G}\frac{M_T}{x^2} = \cancel{G}\frac{M_L}{(d_{TL}-x)^2}$$ SUSTITUYENDO VALORES

$$\frac{6 \cdot 10^{24}}{x^2} = \frac{7 \cdot 10^{22}}{(3{,}8 \cdot 10^8 - x)^2}$$ $\Rightarrow$ SE OBTIENE UNA ECUACION DE 2º GRADO

$$6 \cdot 10^{24} \cdot (3{,}8 \cdot 10^8 - x)^2 = 7 \cdot 10^{22} x^2 \Rightarrow$$

$$600\,(3{,}8 \cdot 10^8 - x)^2 = 7x^2$$ $\Rightarrow$ RESOLVIENDO, SALEN 2 POSIBLES RESULTADOS:

$$x \begin{cases} X_1 = -4{,}26 \cdot 10^8 \rightarrow \text{SE RECHAZA; YA QUE ESTARÍA "MAS ALLÁ DE LA LUNA"} \\ \boxed{X_2 = 3{,}43 \cdot 10^8\ m} \rightarrow \text{PUNTO "}\underline{\text{ENTRE}}\text{" LA TIERRA Y LA LUNA} \end{cases}$$

b) YA QUE $\nexists \vec{F}_{roz} \Rightarrow E_{m_1} = E_{m_2}$

PUNTO 1 → LANZAMIENTO SUPERFICIE TIERRA

PUNTO 2 → PUNTO P CALCULADO ANTERIORMENTE

- ES IMPORTANTE TENER EN CUENTA QUE EXISTE U_T DEBIDA A LA TIERRA Y "OTRA ENERGIA POTENCIAL" U_L DEBIDA A LA LUNA EN CADA PUNTO DEL RECORRIDO

$$E_{m_1} \rightarrow \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ U_{T_1} = -G \frac{M_T}{R_T} \\ U_{L,1} = -G \frac{M_L}{(d_{T-L} - R_T)} \end{cases} \qquad E_{m_2} \rightarrow \begin{cases} E_{c_2} = 0 \\ U_{T,2} = -G \frac{M_T}{x} \\ U_{L,2} = -G \frac{M_L}{(d_{T-L} - x)} \end{cases}$$

APLICANDO VALORES:

$$E_{m_1} = \begin{cases} \frac{1}{2} m v_1^2 \\ U_{T_1} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot m}{6{,}4 \cdot 10^6} \\ U_L = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{7 \cdot 10^{22} \cdot m}{(3{,}8 \cdot 10^8 - 6{,}4 \cdot 10^6)} \end{cases} \qquad E_{m_2} \begin{cases} E_{c_2} = 0 \\ U_{T,2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot m}{3{,}43 \cdot 10^8} \\ U_{L,2} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7 \cdot 10^{22} \cdot m}{(3{,}8 \cdot 10^8 - 3{,}43 \cdot 10^8)} \end{cases}$$

- REALIZANDO OPERACIONES Y SUMANDO

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - 6{,}253 \cdot 10^7 m - 1{,}25 \cdot 10^4 m = 0 - 1{,}167 \cdot 10^6 m - 1{,}262 \cdot 10^5 m$$

ELIMINANDO m Y RESOLVIENDO:

$$\boxed{V_1 = 11{,}069 \ m/s}$$

- SE PUEDE OBSERVAR, QUE LA ENERGIA POTENCIAL DEL CUERPO EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA DEBIDA A LUNA ES DESPRECIABLE FRENTE A LA QUE GENERA LA TIERRA (700 VECES MENOR). SI SE DESPRECIA, OBTENDRIAMOS: $V_1 = 11066 \ m/s$ ⇒ PRACTICAMENTE IGUAL

- PERO $U_{L,EN\ 2}$, NO ES DESPRECIABLE Y QUE EL RESULTADO SERIA:

$\boxed{V = 11078 \ m/s}$ ⇒ RECORDAR QUE LA VELOCIDAD DE ESCAPE DE LA TIERRA, ES: $V_{esc} = 11183 \ m/s$

6°) A partir de esa posición:

$$g_T = g_L - g_T \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_L}{(d_{T-L} - x)^2} - G \cdot \frac{M_T}{x^2}$$

DONDE x ES LA DISTANCIA DESDE LA TIERRA A LA LUNA.

$g_T \neq cte \Rightarrow$ MOVIMIENTO VARIADO

- SI CAMBIAMOS EL ORIGEN DE COORDENADAS A LA LUNA: (y)

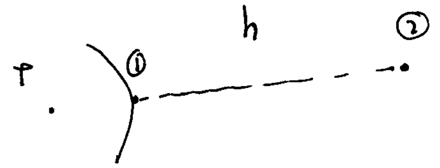
$$g = G \frac{M_L}{y^2} - G \cdot \frac{M_T}{(d_{T-L} - y)^2} \qquad y = R_L + h_L$$

- AL FINAL, PODEIS VER UNA GRAFICA DE $g = f(y)$ (g EN FUNCION DE LA DISTANCIA A LA LUNA)

7°) $m = 500 \text{ Kg}$ $\qquad \nexists \vec{F}_{ROZ}$

a) CAMBIOS ENERGETICOS. h

E_m a 1000 km



b) V_1 PARA LLEGAR A $h = 1000$ m

a) APLICANDO EL PRINCIPIO CONSERVACION E_m $(\nexists \vec{F}_{ROZ})$ $E_{m_1} = E_{m_2}$

$$E_{m_1} \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ U_1 = -G \frac{M_T m}{R_T} \end{cases} \qquad E_{m_2} = \begin{cases} E_c = 0 \\ U_2 = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \end{cases}$$

$$E_{m_1} = E_{m_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{M_T \cdot m}{R_T} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$V_1 = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{G \cdot M_T}{R_T} - G \frac{M_T}{(R_T + h)} \right)} = \sqrt{2 G M_T} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)}}$$

$$\boxed{V_1 = 2{,}83 \cdot 10^7 \cdot \sqrt{\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6} - \frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6 - h}}}$$

a) $\rightarrow \Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = cte$

$\rightarrow \Delta E_c < 0 \Rightarrow E_c \downarrow$ AL SUBIR

$\rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow U \uparrow$ AL SUBIR

$\boxed{\Delta E_c = -\Delta U}$

8

7º) a) La energía mecánica a 1000 m, ~~[illegible]~~s sería la misma ya que $E_m = cte$

b) $h = 1000\ m$ En este caso $g \simeq cte = g_0$ y por tanto puedo aplicar la expresión $E_p = m g_0 h$

Como $g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow g_0 = 9{,}77\ m/s^2$

Aplicando $E_m = cte$ ($\nexists \vec{F}_{roz}$)

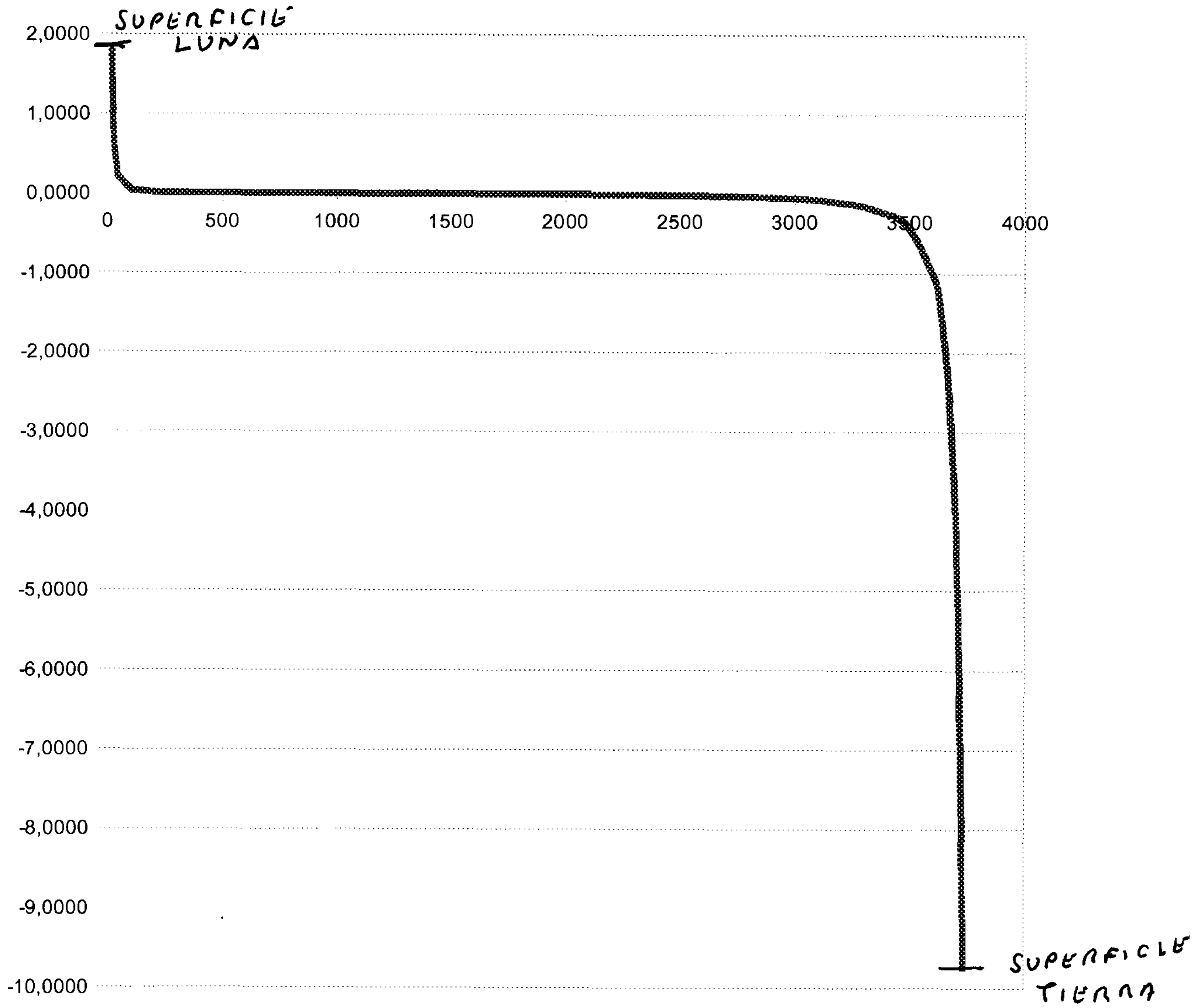
$$E_{m_1} = \begin{cases} E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \\ E_p = 0 \end{cases} \qquad E_{m_2} \begin{cases} E_c = 0 \\ E_p = m g_0 h \end{cases}$$

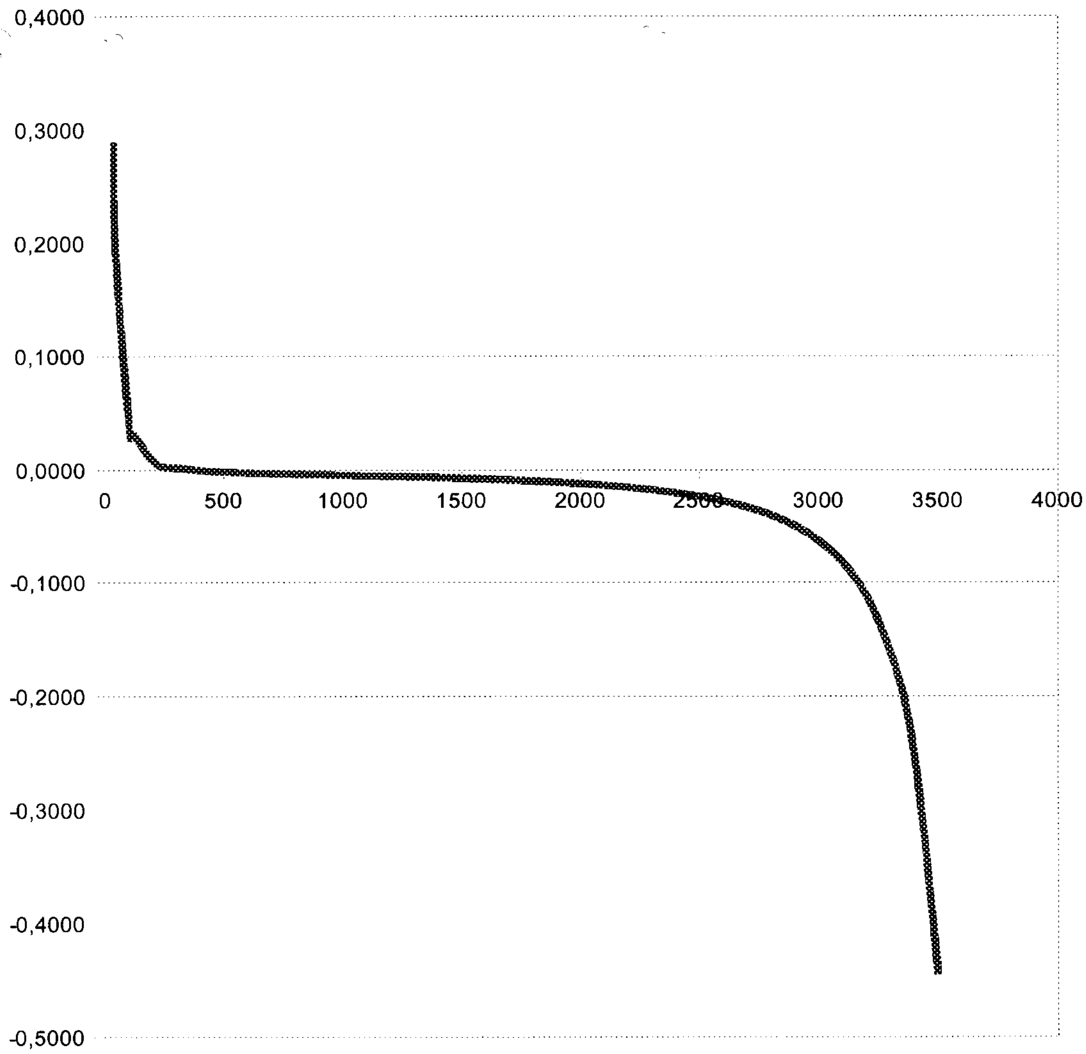
~~Susti~~ Aplicando valores y sustituyendo:

$$\frac{1}{2} 500\, v_1^2 = 500 \cdot 9{,}77 \cdot 1000 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}77 \cdot 1000} = 139{,}78\ m/s$$

• ~~Si~~ Si se hubiera utilizado para resolver el problema la $U = -G \frac{M_T \cdot m}{r^2}$, se tendría el resultado:

$$v_1 = 139{,}778\ m/s \Rightarrow \text{es mismo que el anterior}$$


SUPERFICIE LUNA
SUPERFICIE TIERRA
2,0000
1,0000
0,0000
-1,0000
-2,0000
-3,0000
-4,0000
-5,0000
-6,0000
-7,0000
-8,0000
-9,0000
-10,0000
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000



En la 1ª gráfica se observa la variación de la aceleración de la gravedad total en función de la distancia a la LUNA.

Se ve que este valor es muy pequeña en la mayor parte del recorrido.

Solo tiene valores útiles en las cercanías de la Tierra y la Luna.

En el punto donde la gráfica corta al eje X, es el Punto P del problema.