PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$**.**

a) Obtenga a **y** b **sabiendo que** $A^2=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$**. ¿Es** A **simétrica?**

b) Para los valores $a=3$ **y** $b=1$ **calcule la matriz X tal que** $A\cdot B=2(X-3I_2)$**.**

SOCIALES II. 2013 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A^2=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4-a & -2-b \\ 2a+ab & -a+b^2 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 4-a= 5 \\ -2-b=-2 \\ 2a+ab=-2 \\ -a+b^2= 1 \end{array}\right\} \Rightarrow a=-1\ ;\ b=0$$

La matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ es simétrica, ya que: $A=A^t$

b) Calculamos la matriz que nos piden:

$$A\cdot B=2(X-3I_2)\Rightarrow A\cdot B=2X-6I_2\Rightarrow X=\frac{1}{2}\left(A\cdot B+6I_2\right)$$

$$X=\frac{1}{2}\left(A\cdot B+6I_2\right)=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2 y A^{2013}.

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+I_2=5B^t-A^2$.

SOCIALES II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos A^2 y A^{2013}

$$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=I_2$$

$$A^{2013}=A^{2012}\cdot A=(A^2)^{1006}\cdot A=(I_2)^{1006}\cdot A=I_2\cdot A=A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$A\cdot X+I_2=5B^t-A^2\Rightarrow A\cdot X=5B^t-A^2-I_2\Rightarrow\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}$ **,** $B=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$**,** $C=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\1 & 1 & -1\\1 & 3 & 2\end{pmatrix}$ **.**

Resuelva, si es posible, la ecuación matricial $B\cdot A+2X=C$ **.**

SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Realizamos la operación:

$$B\cdot A+2X=C\Rightarrow X=\frac{1}{2}(C-B\cdot A)=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\1 & 1 & -1\\1 & 3 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -4 & 6\\-1 & 2 & -3\\1 & -2 & 3\end{pmatrix}\right]=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 4 & -7\\2 & -1 & 2\\0 & 5 & -1\end{pmatrix}=$$

a) Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Determine la matriz X que verifica $B \cdot X = 3A + A^t$.

b) Calcule la matriz Y que verifica $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2013 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$B \cdot X = 3A + A^t \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 15 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+c & 2b+d \\ 3a+2c & 3b+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 16 & 8 \end{pmatrix}$$

Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2a+c=12 \\ 3a+2c=16 \\ 2b+d=8 \\ 3b+2d=8 \end{array}\right\} \Rightarrow a=8 \; ; \; b=8 \; ; \; c=-4 \; ; \; d=-8 \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+5b \\ a-5b \\ 2a-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2a+5b=6 \\ a-5b=-12 \\ 2a-b=-6 \end{array}\right\} \Rightarrow a=-2 \; ; \; b=2 \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{3} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-5} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}$.

a) Calcule $\boldsymbol{A^3}$.

b) Determine la matriz X para que $\boldsymbol{A\cdot X+B\cdot C=D}$

SOCIALES II. 2013 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A^2=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 13 & 21 \\ 21 & 34 \end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix} 13 & 21 \\ 21 & 34 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 89 & 144 \\ 144 & 233 \end{pmatrix}$$

b)

$$A\cdot X+B\cdot C=D\Rightarrow A\cdot X=D-B\cdot C\Rightarrow\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 2a+3b \\ 3a+5b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2a+3b=-4 \\ 3a+5b=-3 \end{array}\right\}\Rightarrow a=-11\ ;\ b=6\Rightarrow X=\begin{pmatrix} -11 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial $(2A+B)\cdot X=3A-B$ **.**

b) Determine en cada caso las dimensiones de la matriz D **para que se puedan realizar las siguientes operaciones:** $C\cdot D+A$ **,** $C^t\cdot D\cdot C$ **,** $D\cdot C^t$ **,** $C\cdot D\cdot C^t$ **.**

SOCIALES II. 2013 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Resolvemos la ecuación matricial

$$(2A+B)\cdot X=3A-B\Rightarrow\left(\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & 0 \\ -\frac{4}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 \\ -\frac{6}{5} & \frac{9}{5} \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} a-c=0 \\ b-d=1 \\ 2c=-2 \\ 2d=1 \end{array}\right\}\Rightarrow a=-1\ ;\ b=\frac{3}{2}\ ;\ c=-1\ ;\ d=\frac{1}{2}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

b) Calculamos la dimensión de la matriz D en cada caso

$C\cdot D+A\Rightarrow(2,3)\cdot D+(2,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (3,2)

$C^t\cdot D\cdot C\Rightarrow(3,2)\cdot D\cdot(2,3)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (2,2)

$D\cdot C^t\Rightarrow D\cdot(3,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (x,3), es decir, puede tener cualquier número de filas y 3 columnas.

$C\cdot D\cdot C^t\Rightarrow(2,3)\cdot D\cdot(3,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (3,3)